

**MISSIONE IRIS-SAX: CALCOLO STATISTICO DELLE  
DISPERSIONI IN ORBITA DI TRASFERIMENTO E DEL  
PROPELENTE PER LA SUA CIRCOLARIZZAZIONE**

**A. Cardillo, A. Foni e A. Santoro**

**Rapporto Interno C84-21**

**CNUCE - Istituto del CNR, Pisa, Aprile 1984**

# MISSIONE IRIS-SAX: CALCOLO STATISTICO DELLE DISPERSIONI IN ORBITA DI TRASFERIMENTO E DEL PROPELLENTE PER LA SUA CIRCOLARIZZAZIONE

## INTRODUZIONE

Nella fase di studio ed impostazione di una missione spaziale vengono definiti quei parametri che consentono, tenendo conto delle caratteristiche funzionali del satellite, del vettore utilizzato, nonché delle caratteristiche dello stadio propulsivo di perigeo e/o apogeo, di raggiungere la posizione sull'orbita definitiva che consenta poi la fase operativa della missione.

Dal punto di vista della dinamica del volo, la fase più complessa e critica è senz'altro quella di trasferimento; è proprio durante questa fase che avvengono le manovre di maggiore dimensione e quindi errori o imprecisioni possono, se superano certi limiti, compromettere la missione stessa. In particolare le manovre effettuate con gli stadi propulsivi di perigeo e/o apogeo sono le più critiche dati gli alti  $\Delta V$  realizzati con le manovre stesse.

Il presente studio vuole fornire degli elementi di valutazione di alcuni parametri relativi alla fase di trasferimento, la cui scelta è responsabilità del management del progetto e che hanno un effetto decisivo sui risultati finali.

L'analisi è stata effettuata per la missione SAX (Satellite Astronomico per raggi X) che verrà lanciato con STS ed utilizzerà come stadio di perigeo l'IRIS (Italian Research Interim Stage).

### 1. OBIETTIVI DELLO STUDIO

Lo scopo che si propone la seguente analisi è :

- valutare, dopo lo sparo del motore di perigeo (IRIS), le dispersioni finali dell'orbita ottenuta (orbita di trasferimento) in funzione del valore di alcuni parametri iniziali del sistema IRIS-SAX (Sistema),

- calcolare la quantità di propellente a bordo del satellite (idrazina) necessario per circolarizzare l'orbita di trasferimento.

I dati utilizzati per il presente studio relativi al Sistema, all'orbita di parcheggio, di trasferimento ed a quella operativa circolare sono stati forniti dal PSN e sintetizzati in tab. 1.

ORBITA DI PARCHEGGIO			
ALTEZZA	(Km)	296.0	
INCLINAZIONE	(grad)	28.5	
ECCENTRICITA'		0.	
FASE DI COASTING	(min.)	45.	
Incertezze orbitali (3σ)			
	IN-TRACK	X-TRACK	RADIAL
Pos (m)	26000	1500	1500
Vel (m/sec)	1.8	3.0	11.7
ORBITA DI TRASFERIMENTO			
ALTEZZA APOGEO	(Km)	600. ± 200.	a 3σ
ALTEZZA PERIGEO	(Km)	296.	
INCLINAZIONE	(grad)	≤ 12	a 3σ
ORBITA FINALE			
ALTEZZA APOGEO	(Km)	600.	
ALTEZZA PERIGEO	(Km)	600.	
IRIS-SAX (Sistema)			
PESO INIZIALE	(lb)	6018.62	
DURATA SPARO	(sec)	75.6	
PESO PROPELLENTE	(lb)	3373.07	
THRUST MEDIO	(lb)	12814.02	
3σ (s. dev. thrust)	(lb)	96.1	
3σ (s. dev. pitch)	(grad)	3.	
3σ (s. dev. yaw)	(grad)	3.	
SAX			
PESO	(lb)	1984.2	
IMPULSO SPECIFICO	(sec)	200.0	

Tab.-1- Caratteristiche nominali

Pitch: angolo tra la proiezione del vettore thrust sul piano orbitale ed il vettore velocita' satellite

Yaw: angolo tra il vettore thrust ed il piano orbitale

## 2. STRUMENTI UTILIZZATI

Per la presente analisi e' stato usato il programma TBERR disponibile al CNUCE e gia' utilizzato per studi analoghi (ref. 1 e 2).

## 3. ANALISI DI SENSITIVITA'

### 3.1 Metodologia di indagine ed assunzioni fondamentali

Nelle tab. 2 e 3 sono riportati rispettivamente i parametri di INPUT e di OUTPUT considerati nel corso dell'analisi: al variare di ciascun parametro di INPUT (il cui valore e' riferito all'inizio dello sparo di perigeo) ne viene analizzata l'influenza su quelli di OUTPUT che caratterizzano significativamente l'orbita di trasferimento. Se tale influenza non risulta trascurabile, per alcuni valori dei parametri iniziali determinati in un intervallo opportuno, vengono analizzati i comportamenti dei parametri finali purché questi siano sempre compatibili con i requisiti della missione.

INPUT	
ANGOLO DI YAW	$\Psi$
PESO PROPELLENTE	WP
S. DEV. MODUL. THRUST	$\sigma_T$
S. DEV. PITCH, YAW	$\sigma_\alpha, \sigma_\psi$

Tab. 2 INPUT di indagine

OUTPUT	
ALTEZZA APOGEO	HA
ALTEZZA PERIGEO	HP
INCLINAZIONE	i
S. DEV. in HA (1)	$\sigma_{HA}$
S. DEV. in HP (1)	$\sigma_{HP}$
S. DEV. in i (1)	$\sigma_i$

Tab. 3 OUTPUT di indagine

I parametri  $\sigma_\alpha, \sigma_\psi$  vengono forniti in INPUT in coppie di eguale valore e non e' stata considerata, in questo primo studio, la possibilita' di un loro controllo disaccoppiato.

Inoltre e' stato assunto che il vettore thrust, all'accensione di IRIS giaccia sul piano normale all'orbita e contenente il vettore velocita'.

Per quanto riguarda la precisione dell'orbita iniziale (STS), le modalita' e durata della fase di coasting etc., sono stati considerati parametri fissi, in quanto relativi alle prestazioni e requisiti dei STS.

### 3.2 Analisi numerica e conclusioni

#### 3.2.1- Influenza dell'angolo di yaw sui parametri di OUTPUT

Com'e' possibile constatare dalla tab. 4, al variare dell'angolo di yaw le dispersioni  $\sigma_{HA}$  intorno all'altezza di apogeo corrispondenti, rimangono essenzialmente costanti, mentre le dispersioni  $\sigma_{HP}$  intorno al perigeo si riducono al crescere di  $\psi$ ; il vincolo sull'inclinazione e' sempre rispettato per tutti i valori di  $\psi$  considerati.

Pertanto, tenendo conto della sostanziale indipendenza dei  $\sigma_{HA}$  dai valori di  $\psi$  presi in esame, si e' ritenuto di applicare l'analisi statistica successiva al solo caso nominale (tab. 1).

CASO NUMERO		1	2	3
INPUT				
PESO INIZIALE	(lb)	6018.6	6018.6	6018.6
PESO PROPELENTE	(lb)	3373.1	3373.1	3373.1
ANGOLO DI PITCH	(grad)	180.0	180.0	180.0
ANGOLO DI YAW	(grad)	82.23	82.93	83.6
$\sigma_T$	(lb)	32.	32.	32.
$\sigma_\alpha, \sigma_\psi$	(grad)	1.	1.	1.
OUTPUT				
HA	(Km)	499.7	601.4	700.3
HP	(km)	295.5	295.7	295.8
i	(grad)	11.14	11.18	11.22
$\sigma_{HA}$	(km)	136	144	150
$\sigma_{HP}$	(km)	22	10	5
$\sigma_i$	(grad)	6.93-02	7.14-02	7.48-02

Tab. 4 Influenza dell'angolo di yaw sui parametri di OUTPUT

#### 3.2.2 Influenza del propellente di IRIS sui parametri di OUTPUT

Questa analisi e' stata effettuata considerando una quantita' di propellente di IRIS inferiore del 5% a quella nominale. Riduzioni superiori non consentono di mantenere l'inclinazione dell'orbita di trasferimento al di sotto dei 12 gradi richiesti. E' stato assunto che

la riduzione del peso di propellente comportasse una pari diminuzione di peso del Sistema.

L'angolo di yaw che permette nelle suddette condizioni di ottenere un'altezza di apogeo di circa 600 km, e' stato calcolato in 83.33 gradi.

Anche nel caso in esame (tab. 5) si constata che  $\tilde{\sigma}_{HA}$  e  $\tilde{\sigma}_{HP}$  risultano dello stesso ordine di grandezza del caso nominale (tab. 4, caso n. 2).

INPUT		
PESO INIZIALE	(lb)	5849.9
PESO PROPELLENTE	(lb)	3204.4
ANGOLO DI PITCH	(grad)	180.0
ANGOLO DI YAW	(grad)	83.33
$\tilde{\sigma}_T$	(lb)	32.
$\tilde{\sigma}_\alpha, \tilde{\sigma}_\psi$	(grad)	1.
OUTPUT		
HA	(Km)	603.8
HP	(km)	294.8
i	(grad)	11.78
$\tilde{\sigma}_{HA}$	(km)	141
$\tilde{\sigma}_{HP}$	(km)	9
$\tilde{\sigma}_i$	(grad)	6.86-02

Tab. 5 Caso con riduzione del 5% del propellente

### 3.2.3 Separazione degli effetti di $\tilde{\sigma}_T$ e $(\tilde{\sigma}_\alpha, \tilde{\sigma}_\psi)$

L'importanza di  $\tilde{\sigma}_T$ ,  $(\tilde{\sigma}_\alpha, \tilde{\sigma}_\psi)$  sui parametri di OUTPUT e' gia' stata evidenziata in ref. 2. Nella presente indagine vengono separati gli effetti di  $\tilde{\sigma}_T$  dalla coppia  $(\tilde{\sigma}_\alpha, \tilde{\sigma}_\psi)$ .

Il caso numero 1 di tab. 6 mostra gli effetti sui parametri di OUTPUT considerando solamente le dispersioni associate all'orbita al momento del rilascio del Sistema da parte di STS e propagata per i 45 minuti della fase di coasting. Un confronto in tab. 6 dei casi 2 e 3 con il caso numero 1 indica che i parametri che hanno maggiore influenza sono la coppia  $(\tilde{\sigma}_\alpha, \tilde{\sigma}_\psi)$ .

CASO NUMERO		1	2	3
DATI di INPUT				
PESO INIZIALE	(lb)	6018.6	6018.6	6018.6
PESO PROPELLENTE	(lb)	3373.1	3373.1	3373.1
ANGOLO DI PITCH	(grad)	180.0	180.0	180.0
ANGOLO DI YAW	(grad)	82.93	82.93	82.93
$\sigma_T$	(lb)	0.	32.	0.
$\sigma_\alpha, \sigma_\psi$	(grad)	0.	0.	1.
OUTPUT				
HA	(Km)	601.4	601.4	601.4
HP	(km)	295.7	295.7	295.7
i	(grad)	11.18	11.18	11.18
$\sigma_{HA}$	(km)	6	7	145
$\sigma_{HP}$	(km)	4	4	10
$\sigma_i$	(grad)	1.41-02	4.36-02	5.74-02

Tab. 6 Separazione degli effetti di  $\sigma_T$  da ( $\sigma_\alpha, \sigma_\psi$ ).

### 3.2.4 Analisi Parametrica

Per quanto esposto nei punti 3.2.1, 3.2.2, 3.2.3, un'analisi parametrica sulle dispersioni in HA, HP ed i e' significativa solamente operando una scansione di ( $\sigma_\alpha, \sigma_\psi$ ). La tab. 7 fornisce l'OUTPUT di tale scansione per  $\sigma_\alpha$  e  $\sigma_\psi$  compresi tra 0.8 e 0.2 gradi con passo 0.2.

Le figg. 1 e 2 mostrano in funzione di ( $\sigma_\alpha, \sigma_\psi$ ) la probabilita' di ottenere rispettivamente

$$i \leq 12 \text{ gradi}$$

$$400 \leq HA \leq 800 \text{ km}$$

Le figg. 3-23 mostrano per ciascuna coppia ( $\sigma_\alpha, \sigma_\psi$ ) la probabilita' G che la variabile orbitale considerata (HA,HP,i) sia compresa entro l'intervallo stabilito.

CASO NUMERO	1	2	3	4
DATI di INPUT				
PESO INIZIALE (lb)	6018.6	6018.6	6018.6	6018.6
PESO PROPELLENTE (lb)	3373.1	3373.1	3373.1	3373.1
ANGOLO DI PITCH (grad)	180.0	180.0	180.0	180.
ANGOLO DI YAW (grad)	82.93	82.93	82.93	82.93
$\sigma_T$ (lb)	32.	32.	32.	32.
$\sigma_\alpha, \sigma_\psi$ (grad)	0.8	0.6	0.4	0.2
OUTPUT				
HA (Km)	601.4	601.4	601.4	601.4
HP (km)	295.7	295.7	295.7	295.7
i (grad)	11.18	11.18	11.18	11.18
$\sigma_{HA}$ (km)	118	88	59	31
$\sigma_{HP}$ (km)	4	4	5	5
$\sigma_i$ (grad)	1.41-02	4.36-02	5.74-02	4.58-02

Tab. 7 Influenza di ( $\sigma_\alpha, \sigma_\psi$ ) sui parametri di output.

### 3.2.5 Conclusioni.

I parametri considerati nel presente studio che hanno influenza sulle dispersioni degli elementi orbitali dopo lo sparo del motore di perigeo, sono:

- incertezza sull'orbita di parcheggio (STS)
- incertezza sul modulo del thrust
- incertezza sull'assetto di sparo
- variazione del peso di propellente di IRIS
- assetto del sistema all'accensione di IRIS.

L'incertezza sull'orbita di parcheggio determina le seguenti dispersioni sugli elementi orbitali finali (tab. 6 caso n. 1):

$$\begin{aligned} \sigma_{HA} &= 6 \quad \text{km} \\ \sigma_{HP} &= 4 \quad \text{km} \\ \sigma_i &= 0.014 \quad \text{gradi} \end{aligned}$$

ed e' quindi da considerarsi irrilevante ai fini della missione.

L'incertezza nominale sul modulo del thrust ci indica le seguenti dispersioni finali (tab. 6, caso n. 2):

$$\begin{aligned} \sigma_{HA} &= 7 \quad \text{km} \\ \sigma_{HP} &= 4 \quad \text{km} \\ \sigma_i &= 0.0436 \quad \text{gradi} \end{aligned}$$

anche in questo caso la suddetta incertezza ha effetti trascurabili.



L'incertezza nominale sull'assetto determina invece le seguenti dispersioni finali (tab 6, caso 3):

$$\begin{aligned} \sigma_{HA} &= 145 && \text{km} \\ \sigma_{HP} &= 10 && \text{km} \\ \sigma_i &= 0.0574 && \text{gradi} \end{aligned}$$

e' evidente la rilevanza dei suoi effetti.

Le possibili variazioni del propellente di IRIS indicano che:

$$\begin{aligned} 141 &\leq \sigma_{HA} \leq 145 && \text{km} \\ 9 &\leq \sigma_{HP} \leq 10 && \text{km} \\ .0686 &\leq \sigma_i \leq .0748 && \text{gradi} \end{aligned}$$

e quindi non modificano in maniera sensibile le dispersioni finali.

Infine, per quanto riguarda l'influenza di  $\psi$ , si verifica (tab. 4) che l'altezza di apogeo HA varia notevolmente al variare dello stesso  $\psi$ , mentre le relative dispersioni sono sostanzialmente invariate.

Pertanto si conclude che gli elementi che debbono essere scelti con estrema cura, sono l'angolo di yaw che influenza pesantemente l'altezza d'apogeo e la coppia  $(\sigma_\alpha, \sigma_\psi)$  che a sua volta influenza l'incertezza relativa agli elementi orbitali finali.

Si ricorda che le incertezze sull'assetto considerate nel presente studio tengono conto dell'incertezza dell'orientamento del Sistema al suo rilascio da STS e dell'effetto risultante di tutti quegli eventi che da quel momento e sino alla accensione di IRIS possono perturbare l'assetto dello stesso Sistema.

#### 4. CONSUMO DI IDRAZINA

Per il calcolo del consumo di idrazina, necessario per passare dall'orbita di trasferimento a quella circolare avente le caratteristiche nominali riportate in tab. 1, si e' considerato un trasferimento di Hohmann e quindi la manovra per la correzione di un apside viene effettuata a quello opposto.

Ipotesi :

- le manovre eseguite in apogeo e/o perigeo sono istantanee
- il vettore  $\Delta V$  applicato e' parallelo alla direzione della velocita'.

Sotto queste ipotesi per ciascuna manovra si ha:

$$|\Delta \bar{V}| = \sqrt{\mu} \left| (2/R_1 - 1/a_1)^{1/2} - (2/R_1 - 1/a_2)^{1/2} \right|$$

dove :

$$\begin{aligned} \mu &= 298600.5 \text{ km}^3/\text{sec} \\ R_1 &= \text{raggio di apogeo o perigeo iniziale} \\ a_1 &= \text{semiasse maggiore iniziale} \\ a_2 &= \text{semiasse maggiore finale} \end{aligned}$$

il consumo di idrazina e' dato da :

$$W = W_i (1 - e^{-\frac{|\Delta \bar{V}|}{g \cdot I_{sp}}})$$

dove :

$W_i$  = peso in kg dello S/C all'inizio della manovra  
 $g = 9.8 \cdot 10^{-2} \text{ km/sec}^2$   
 $I_{sp} = 200 \text{ sec}$  (impulso specifico).

Il calcolo del consumo di idrazina e' stato effettuato per alcune delle orbite ottenute nell'analisi precedente; i risultati sono riportati in tab. 8 e tab. 9.

#### 4.1 Conclusioni

L'idrazina necessaria per circularizzare l'orbita di trasferimento ( $HA = 600 \text{ km}$ ,  $HP = 296 \text{ km}$ ) e' circa 38 kg.

Nel caso in cui  $HP = 296 \text{ km}$   $400 \leq HA \leq 800 \text{ km}$ , il massimo consumo di idrazina e' di circa 62 kg. (tab. 8)

Nella tab. 9 e' riportato il consumo di idrazina al variare di  $(\zeta_\alpha, \zeta_\psi)$ , per le orbite considerate.

Si fa notare che tali orbite sono state opportunamente scelte in base ai risultati ottenuti nell'analisi di sensitivita' di cui ai punti precedenti; nella fig. 24, che mostra l'andamento del consumo in funzione di  $(\zeta_\alpha, \zeta_\psi)$ , e' riportato anche il caso in cui l'unica incertezza considerata e' quella relativa all'orbita del Sistema all'accensione di IRIS ( $\zeta_\alpha = \zeta_\psi = 0$  gradi).

*-----*					
CASO NUMERO					
		1	2	3	
-----					
DATI PRE-MANOVRA					
-----					
N° MANOVRE					
		1	2	2	
1ª MAN. ESEGUITA IN					
		APOGEO	APOGEO	APOGEO	
HA INIZIALE	(km)	600	400	800	
HP INIZIALE	(km)	296	296	296	
$\Delta HA$	(km)	0	200	-200	
$\Delta HP$	(km)	304	304	304	
-----					
DATI POST-MANOVRA					
-----					
$\Delta W_1$	1 MANOVRA	(kg)	38.03	38.31	37.75
$\Delta W_2$	2 MANOVRA	(kg)	0	23.90	23.09
$\Delta W_T$	TOTALE	(kg)	38.03	62.21	60.84
-----					
*-----*					

Tab. 8 Consumo idrazina per  $HA = 600, 400, 800 \text{ km}$  ed  $HP = 296 \text{ Km}$ .

CASO NUMERO	1	2	3	4	5
DATI PRE-MANOVRA					
$\zeta_\alpha, \zeta_\psi$ (grad)	1	0.8	0.6	0.4	0.2
N° MANOVRE	2	2	2	2	2
1 <sup>a</sup> MANO. ESEG. IN	APOGEO	APOGEO	APOGEO	APOGEO	APOGEO
HA INIZIALE (km)	1033.4	955.4	865.4	778.4	694.4
HP INIZIALE (km)	265.7	283.7	283.7	280.7	280.7
$\Delta$ HA (km)	-433.4	-355.4	-265.4	-178.4	-94.4
$\Delta$ HP (km)	334.3	316.3	316.3	319.3	329.3
DATI POST-MANOVRA					
$\Delta$ W1 1 MANOVRA (Kg)	41.18	39.06	39.20	39.69	39.81
$\Delta$ W2 2 MANOVRA (kg)	48.11	40.01	30.28	20.62	11.05
$\Delta$ WT TOTALE (kg)	89.29	79.07	69.48	60.31	50.87

tab. 9 Consumo idrazina al variare di  $\zeta_\alpha, \zeta_\psi$  con HA =  $600 + 3\zeta_{HA}$  km ed HP =  $296 - 3\zeta_{HP}$  km

## BIBLIOGRAFIA

1. IRIS-LAGEOS2 : Analisi preliminare delle manovre per l'acquisizione dell'orbita nominale. L. Anselmo et altri. CNUCE Rapporto Interno c82-7.
2. Analisi preliminare incertezza orbita finale Sistema IRIS-SAX. Effettuato dal CNUCE per conto del PSN nel dicembre 83.

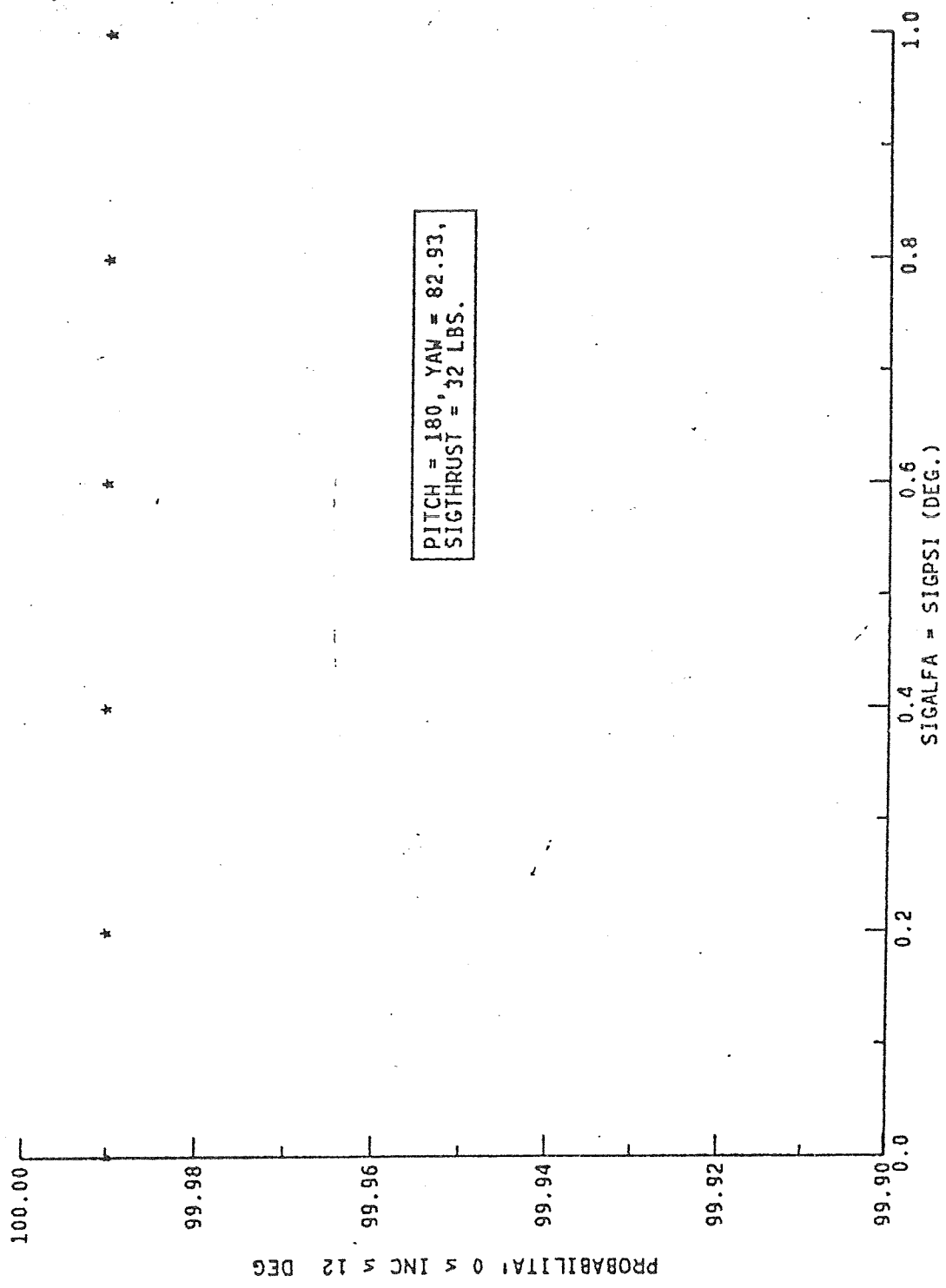


Fig. 1

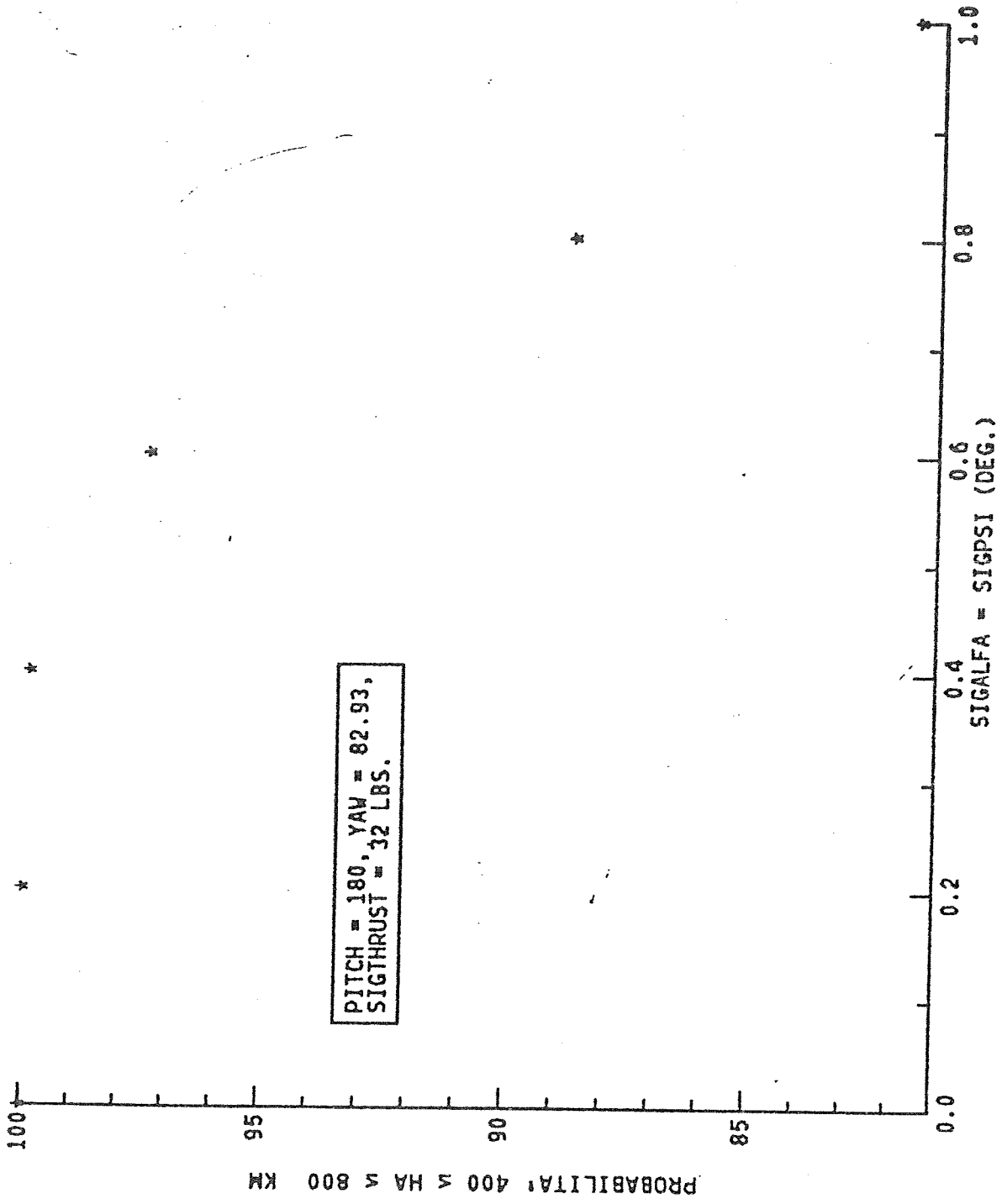


Fig. 2

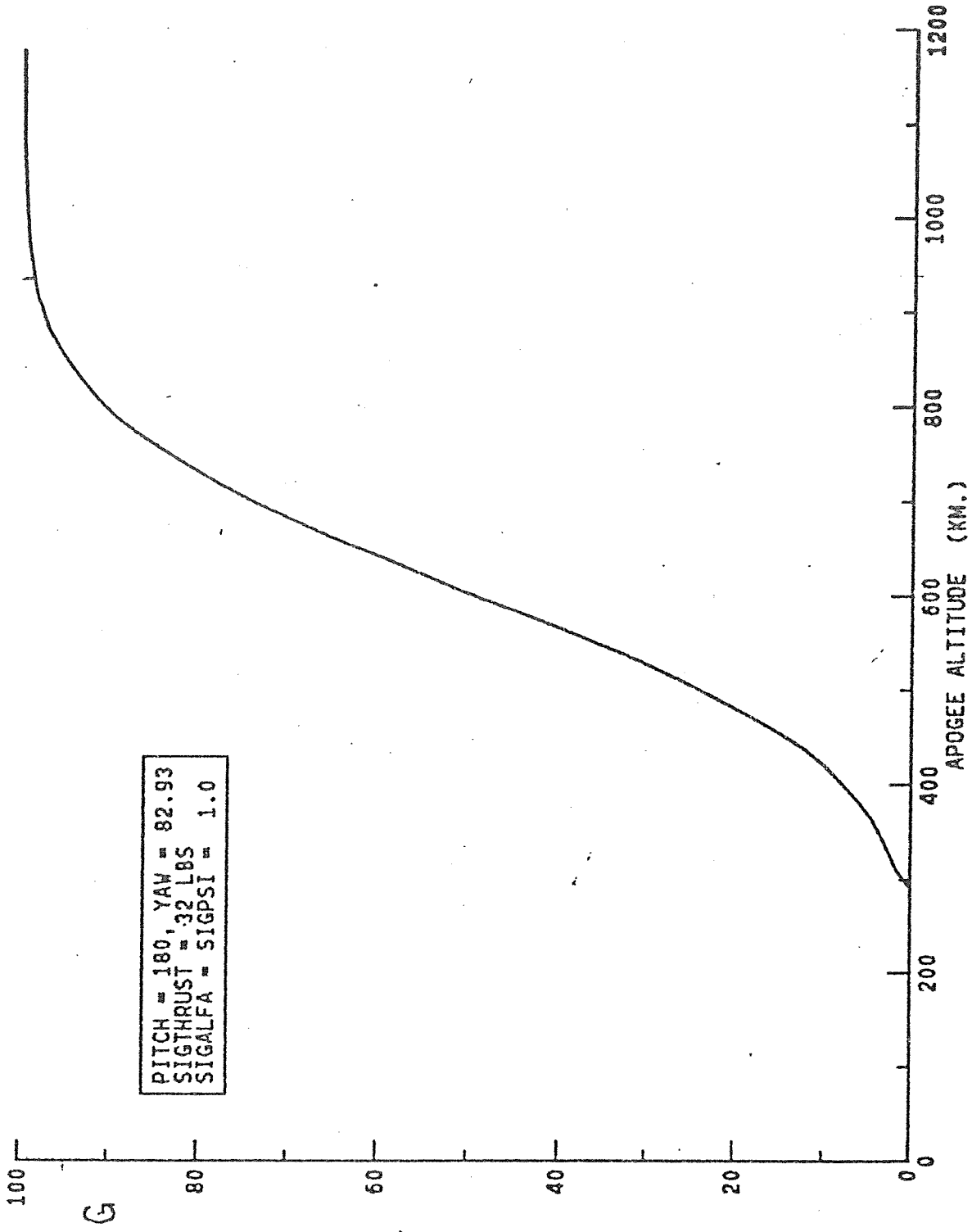


fig. 3

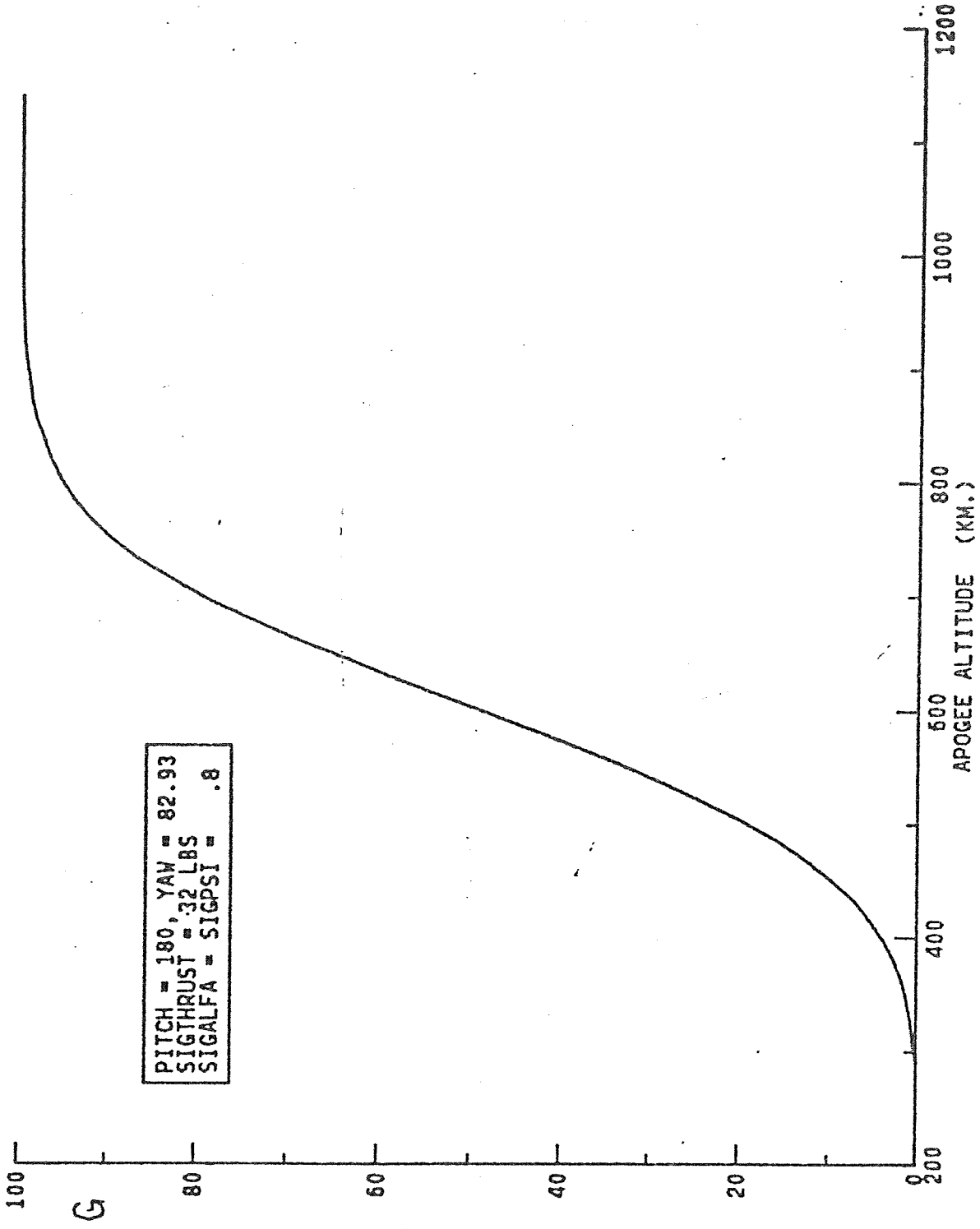


fig. 4



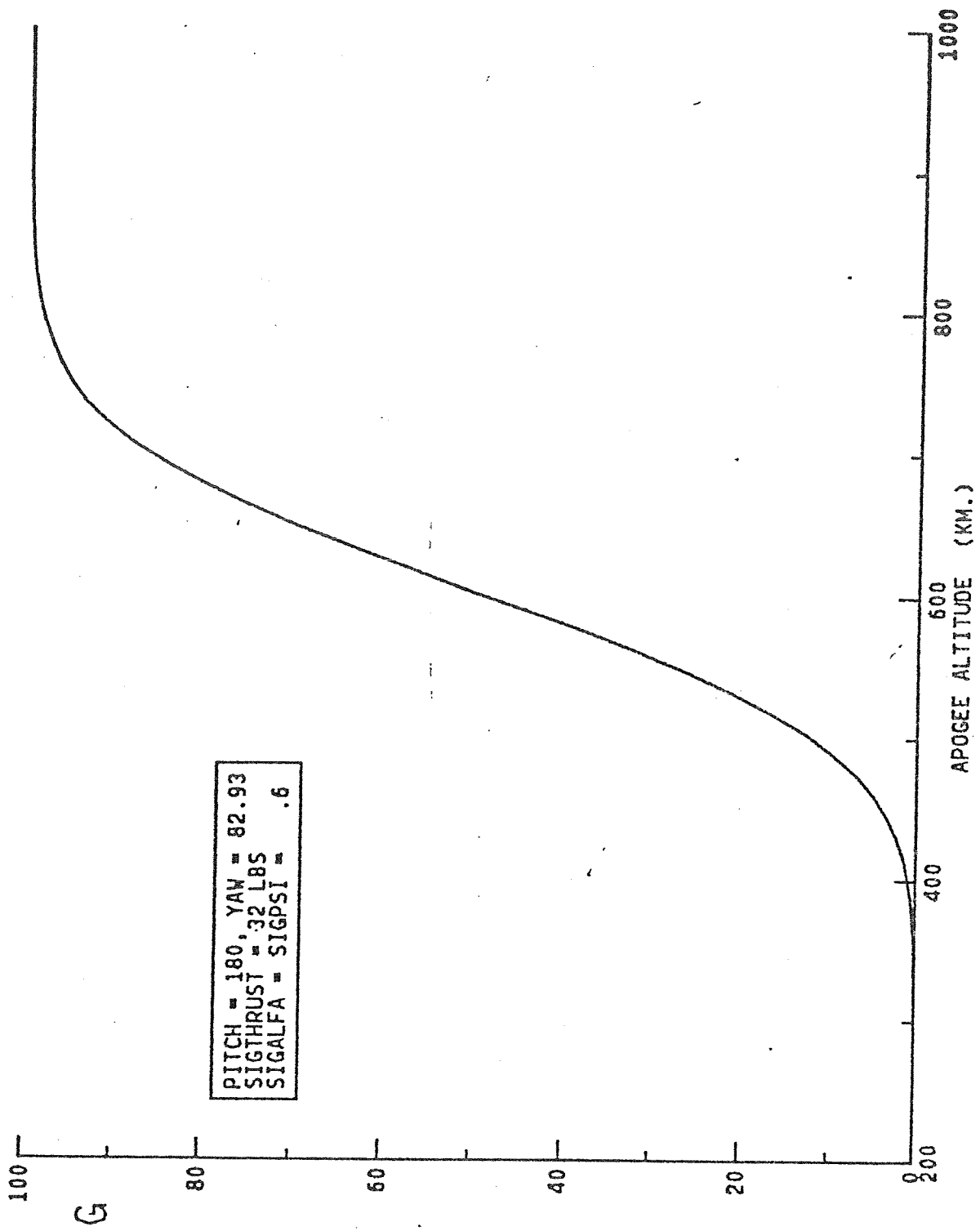


fig. 5

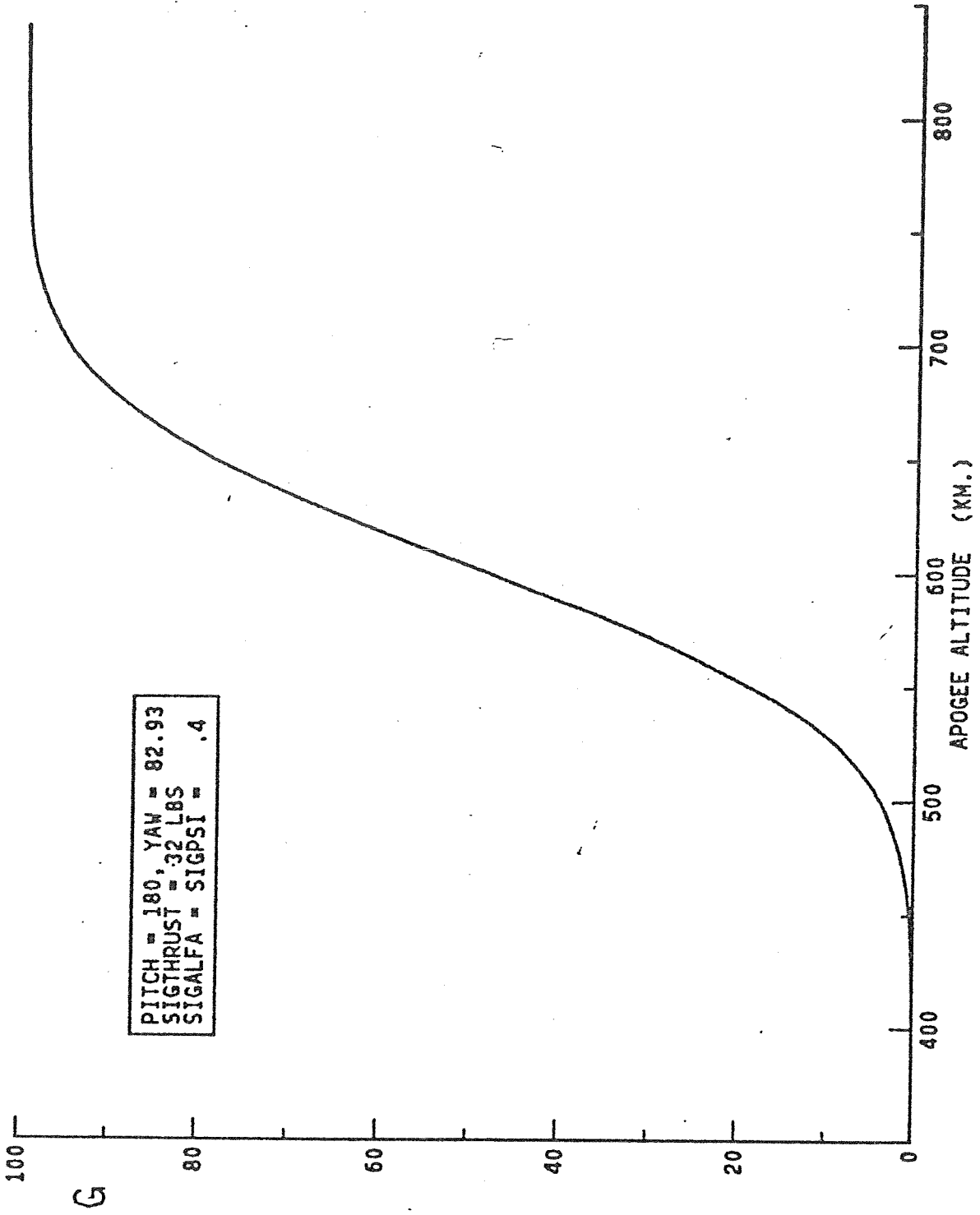


fig. 6

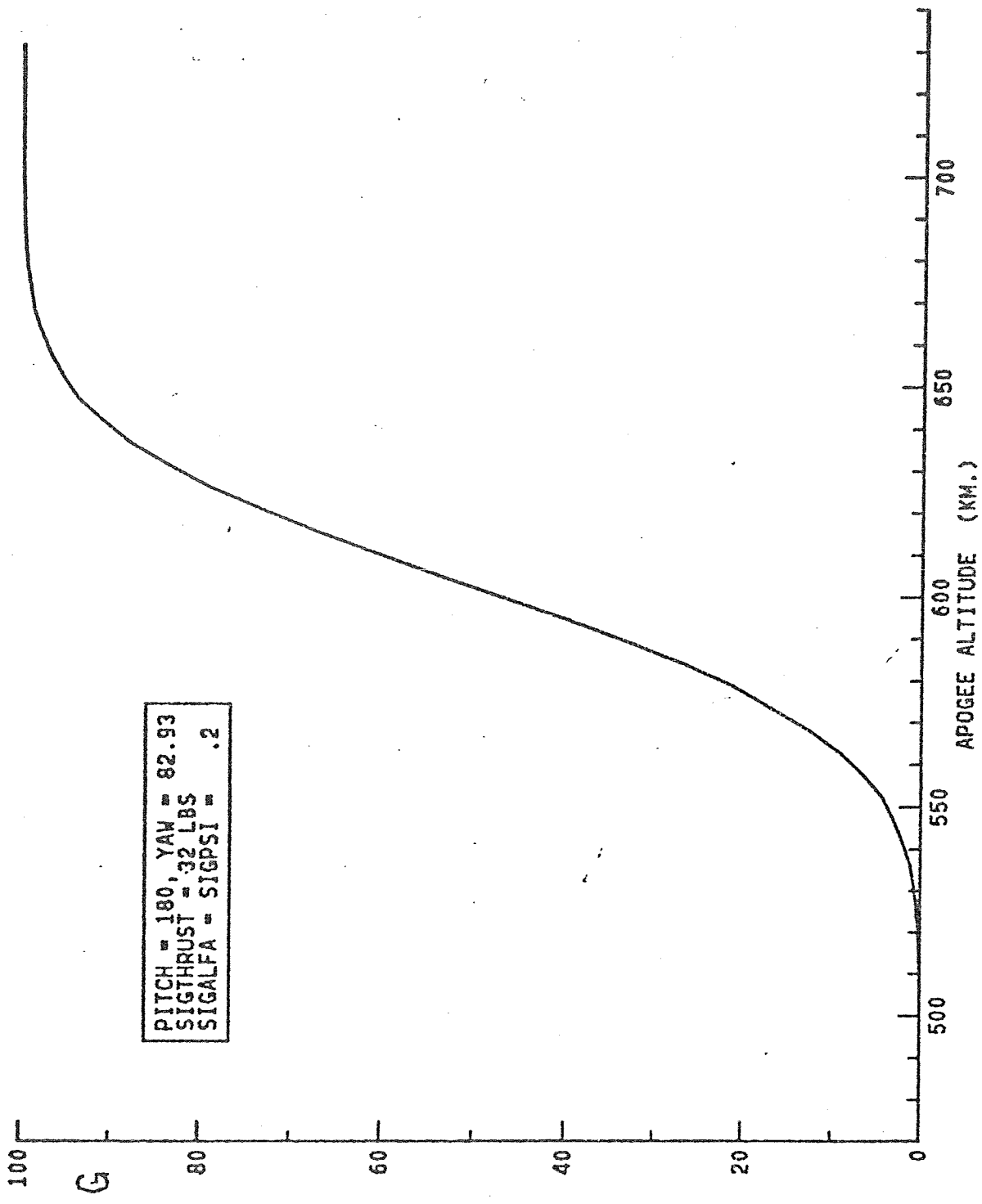


Fig. 7

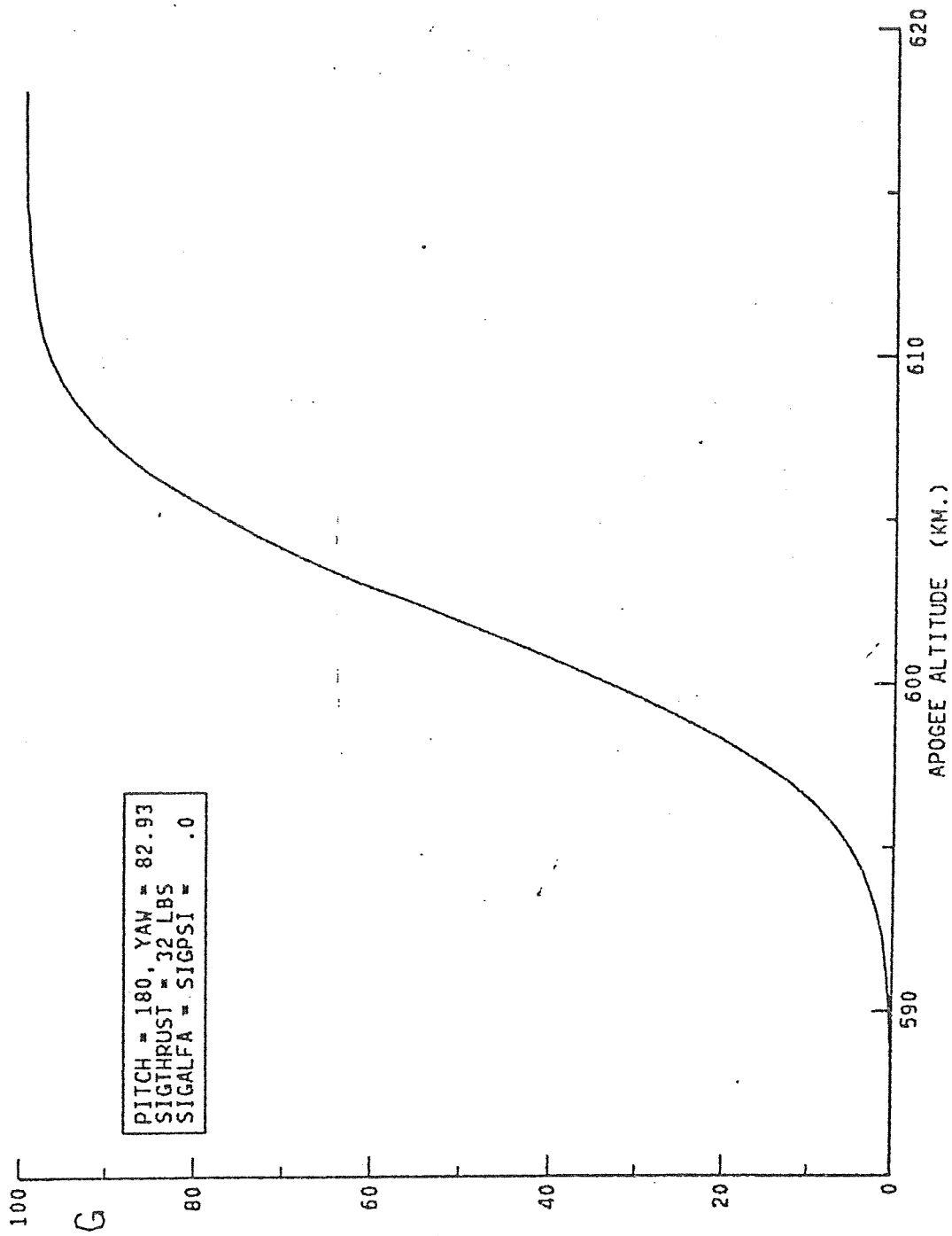


Fig-8

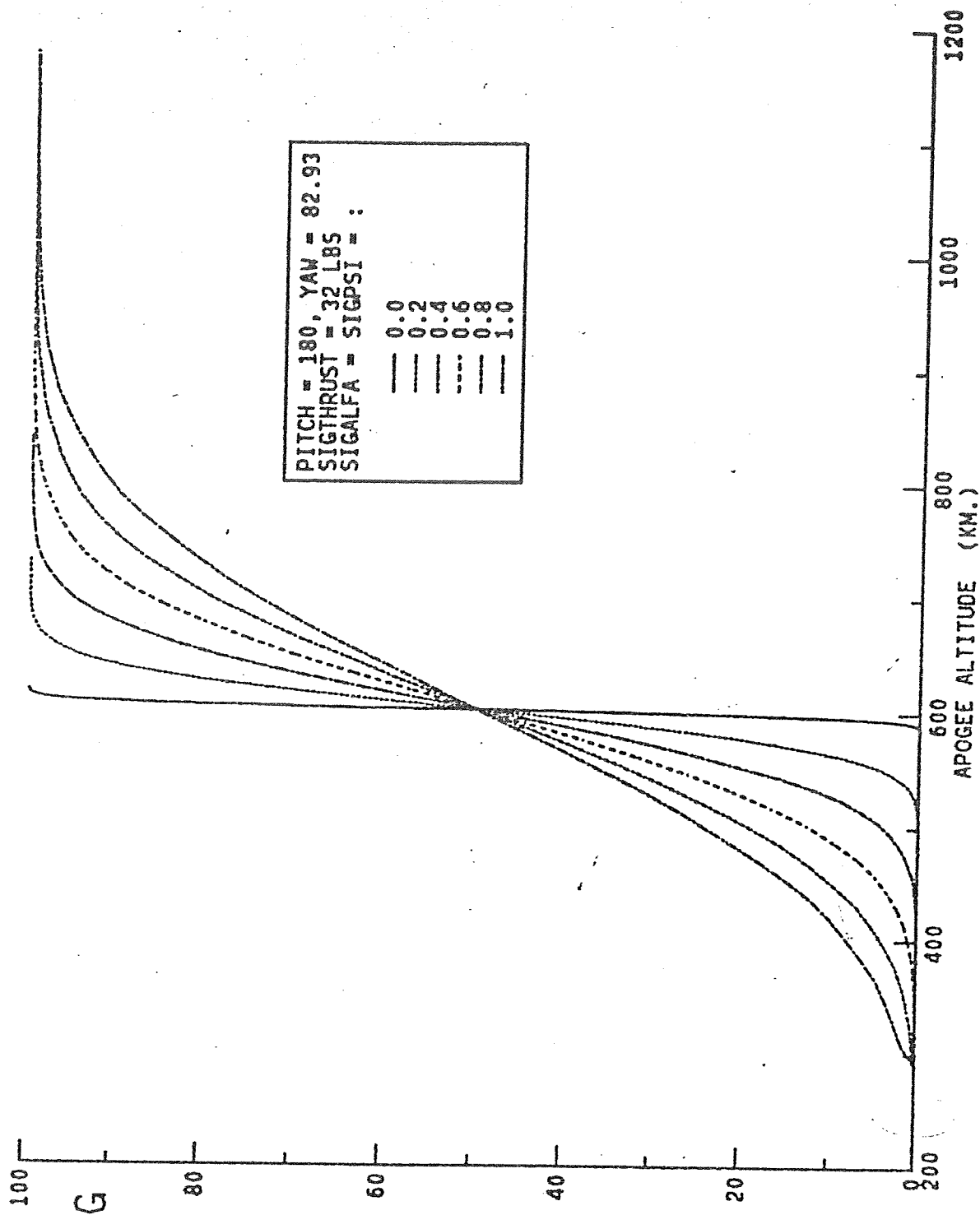


fig. 9

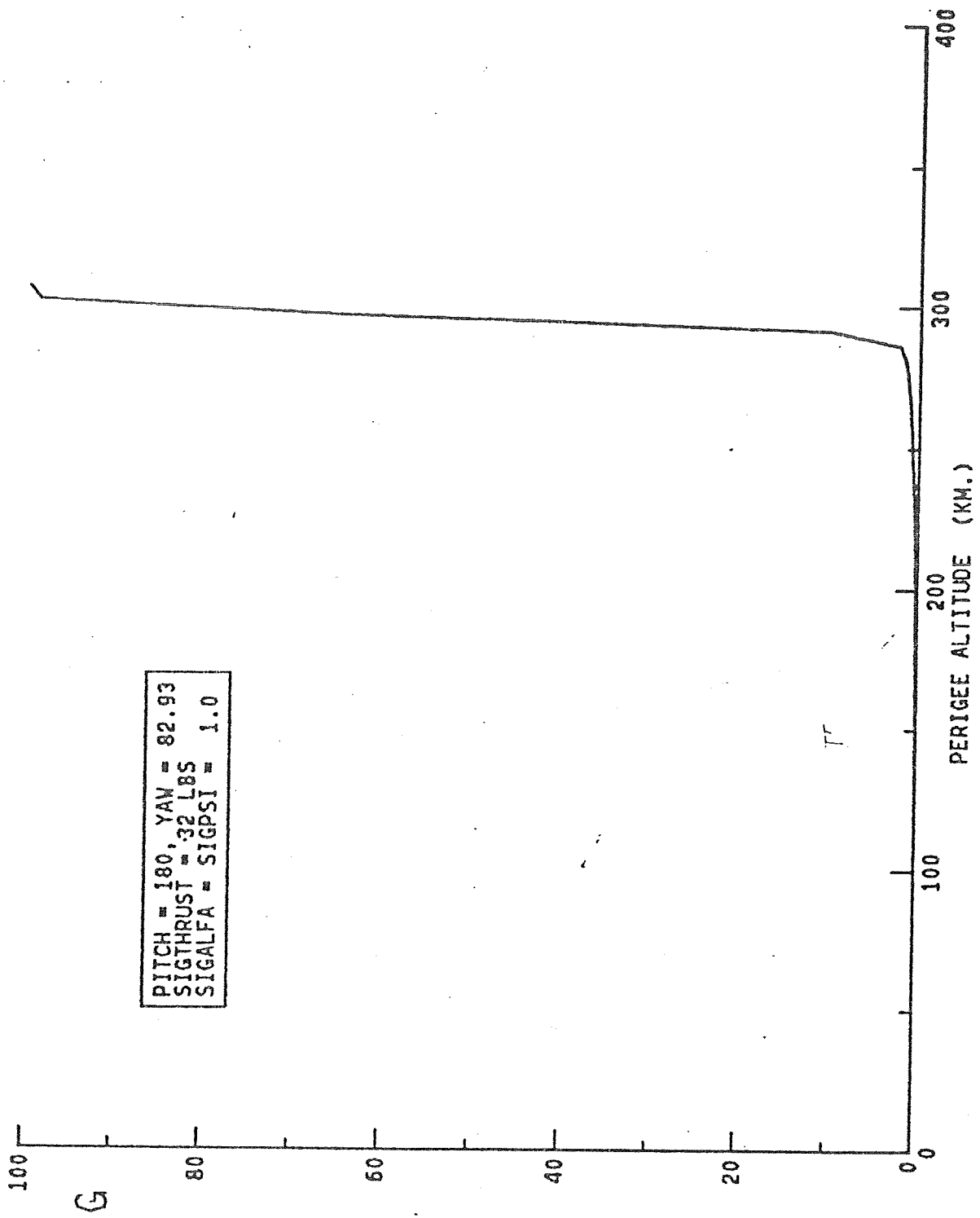


Fig. 10

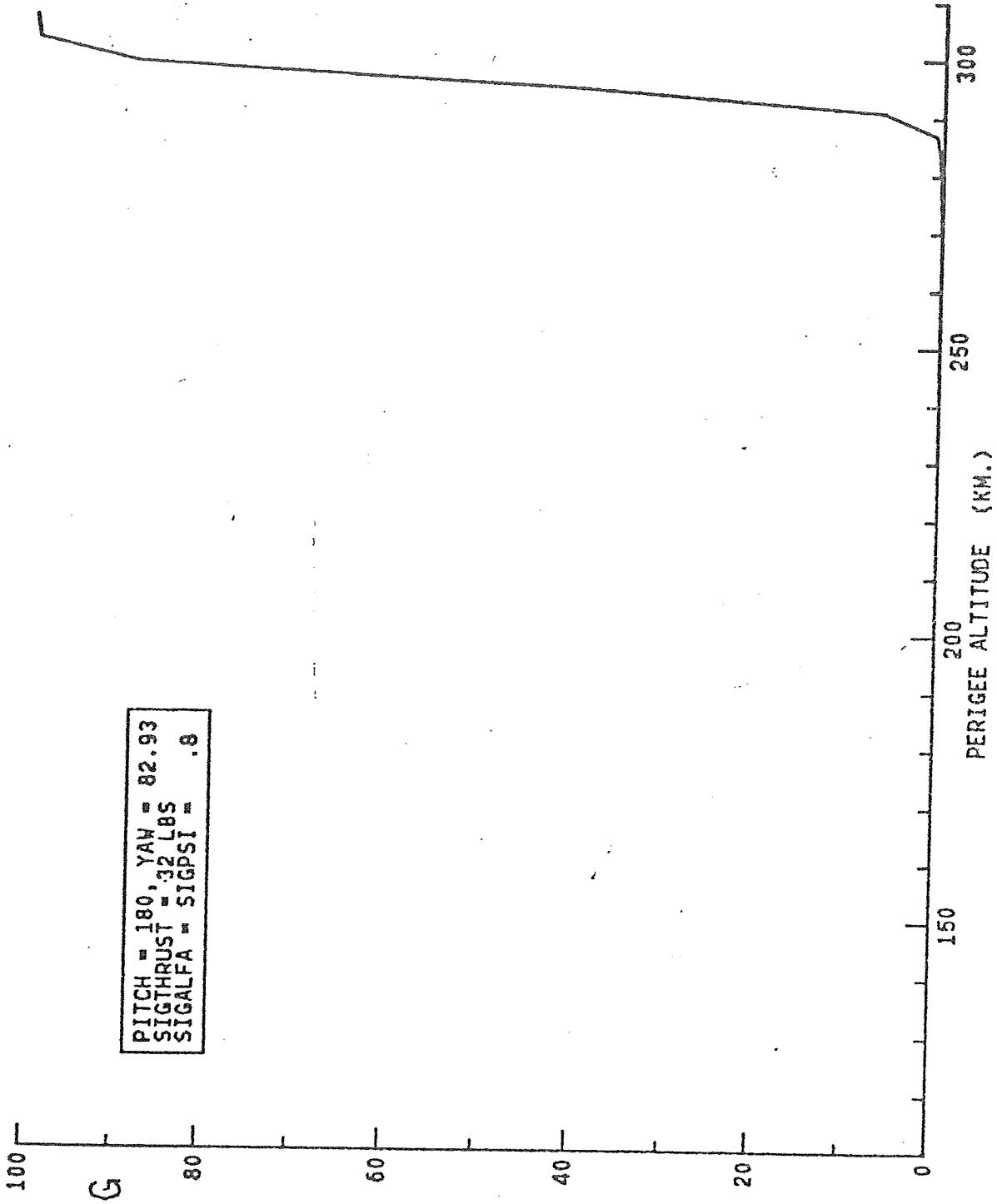


fig. 11

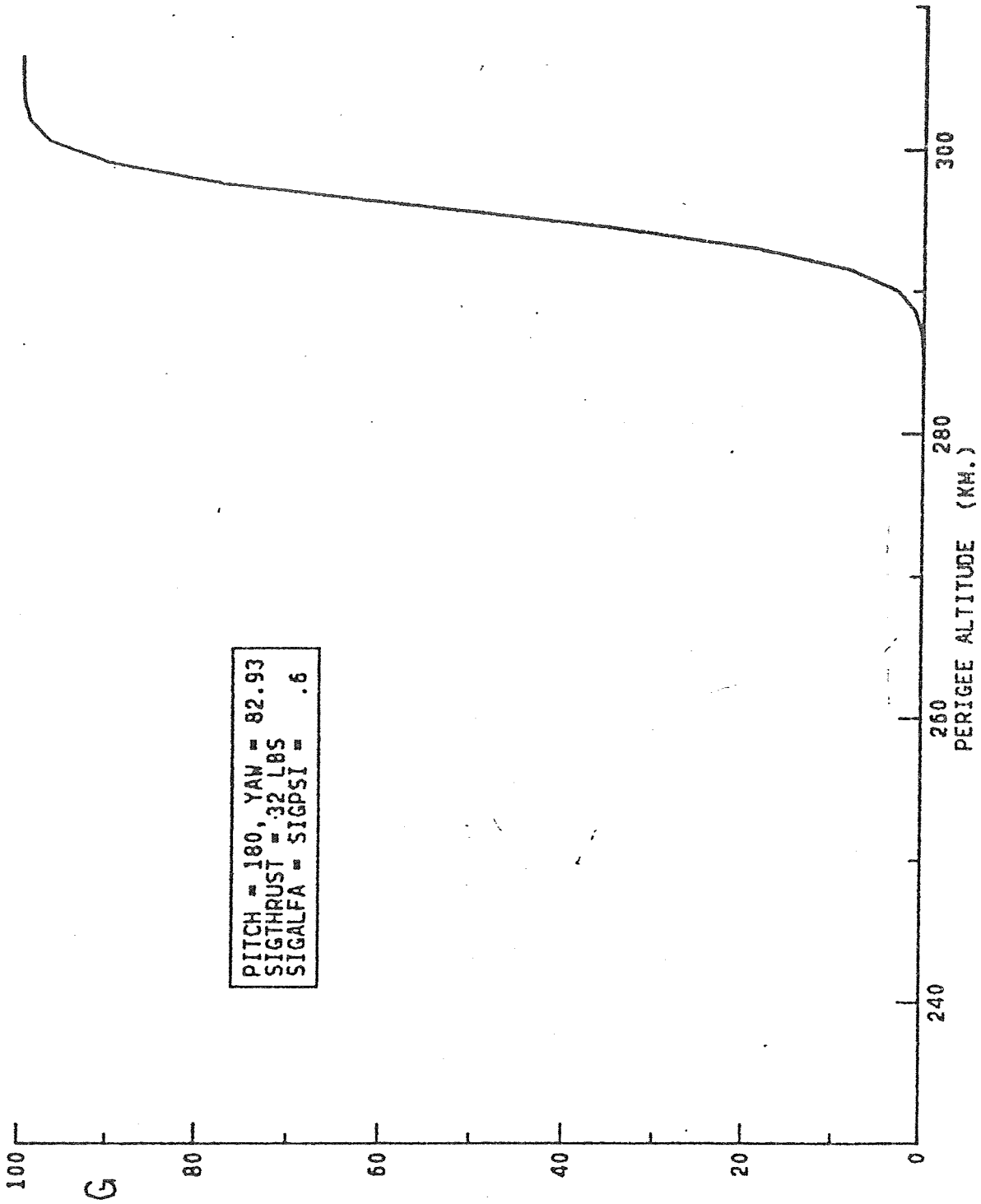


FIG. 12



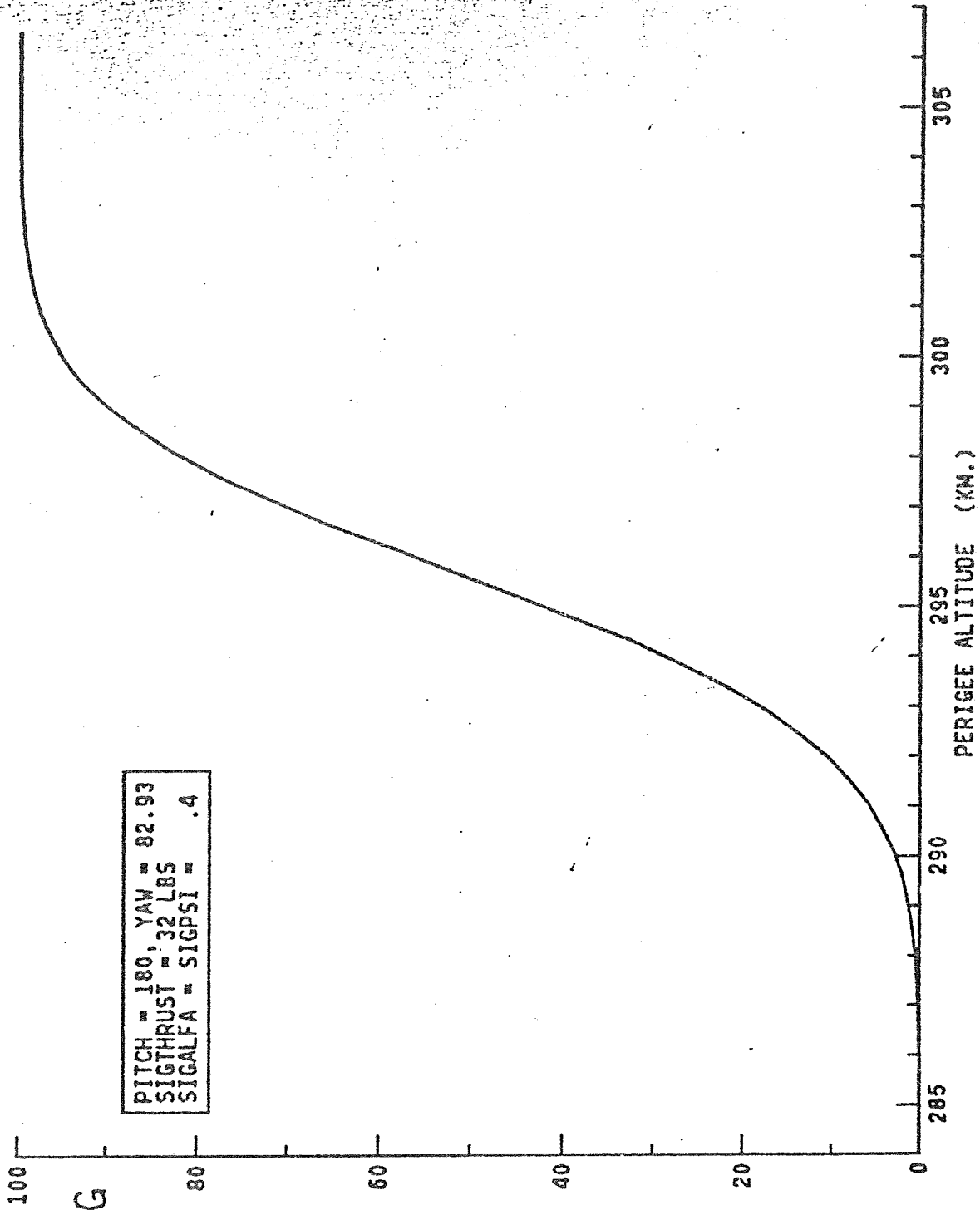
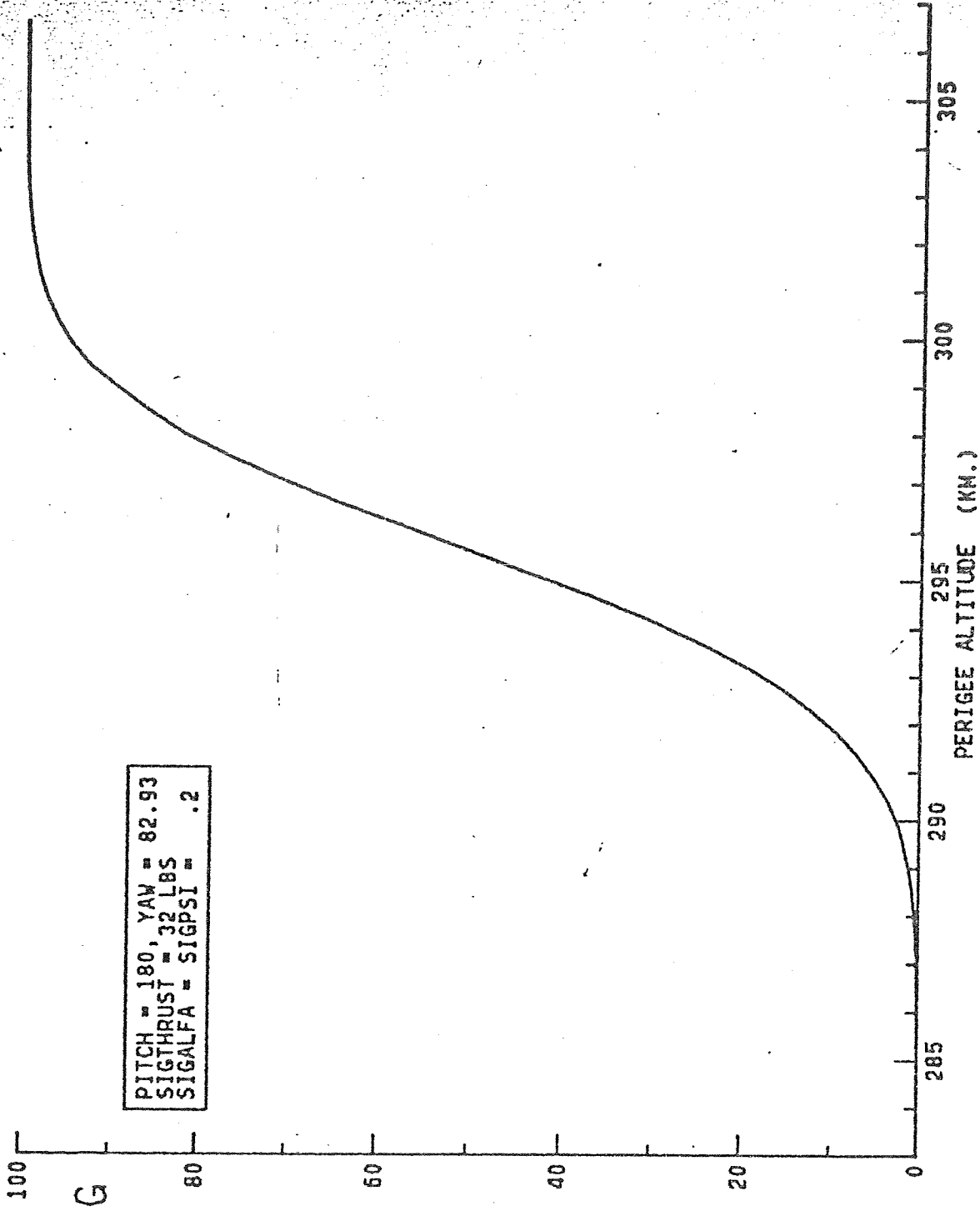


fig. 13



PITCH = 180, YAW = 82.93  
SIGTHRUST = 32 LBS  
SIGALFA = SIGPSI = .2

fig. 14

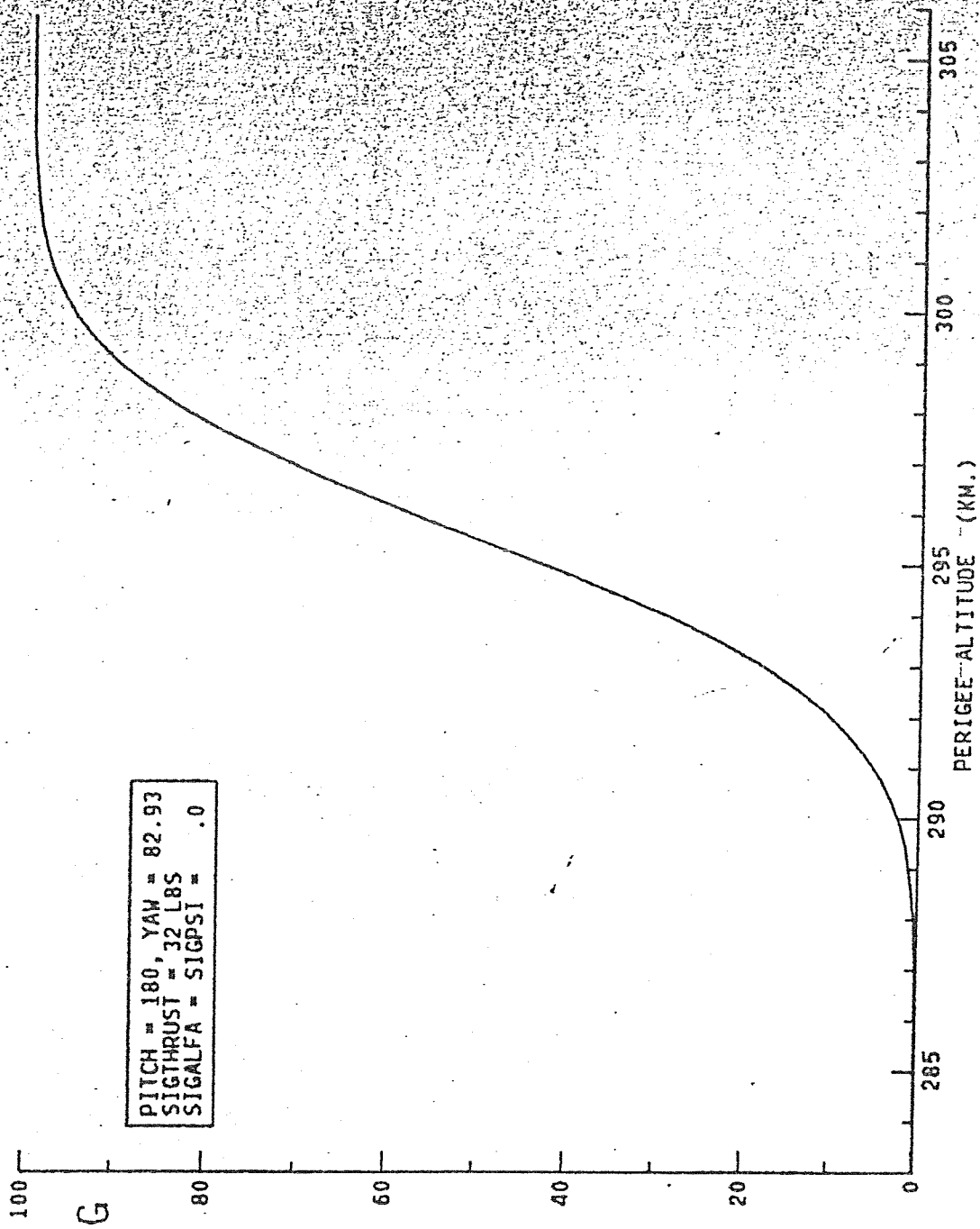
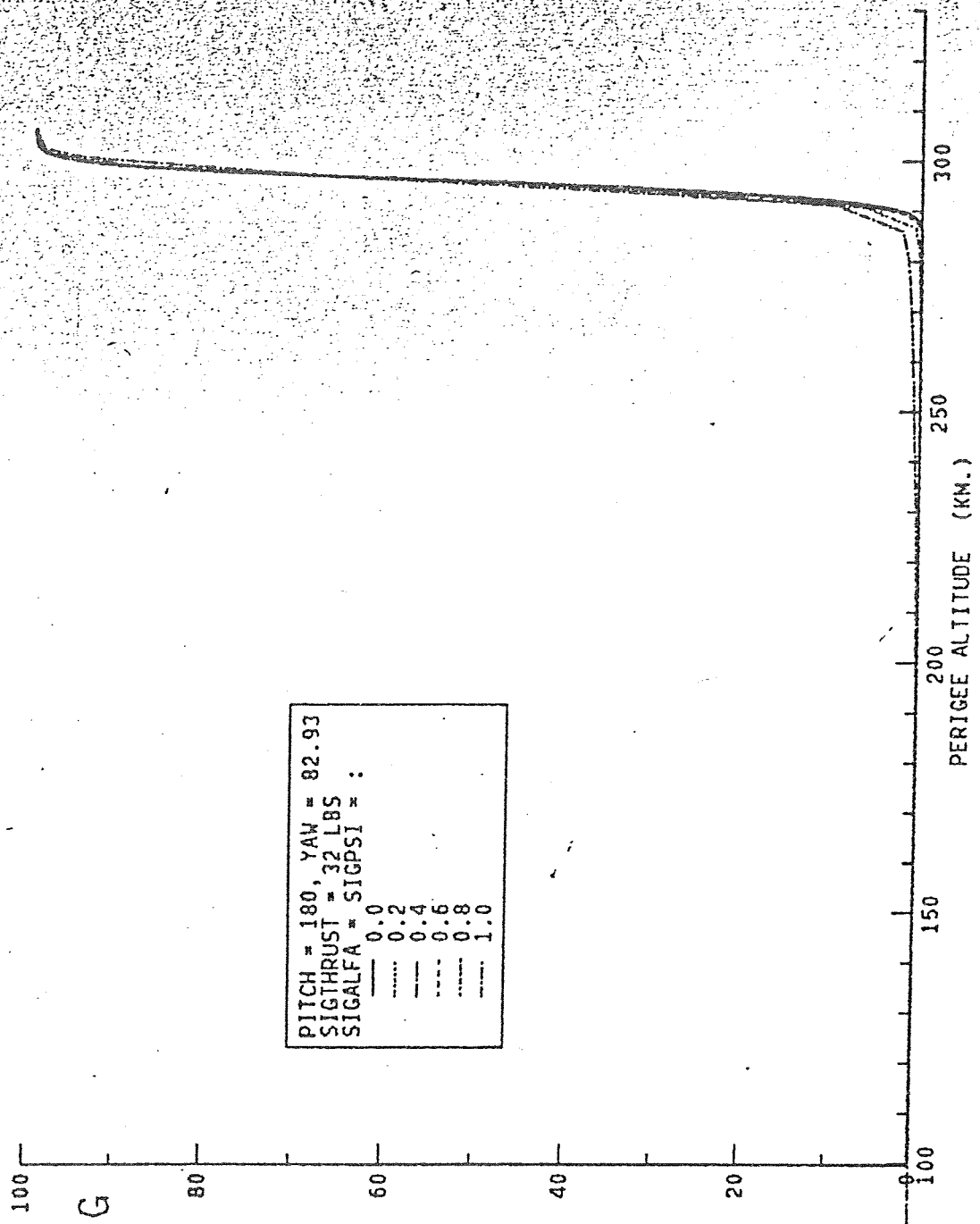


fig. 15



PITCH = 180, YAW = 82.93  
 SIGTHRUST = 32 LBS  
 SIGALFA = SIGPSI = :  
 ——— 0.0  
 - - - - 0.2  
 - - - - 0.4  
 - - - - 0.6  
 - - - - 0.8  
 - - - - 1.0

Fig. 16

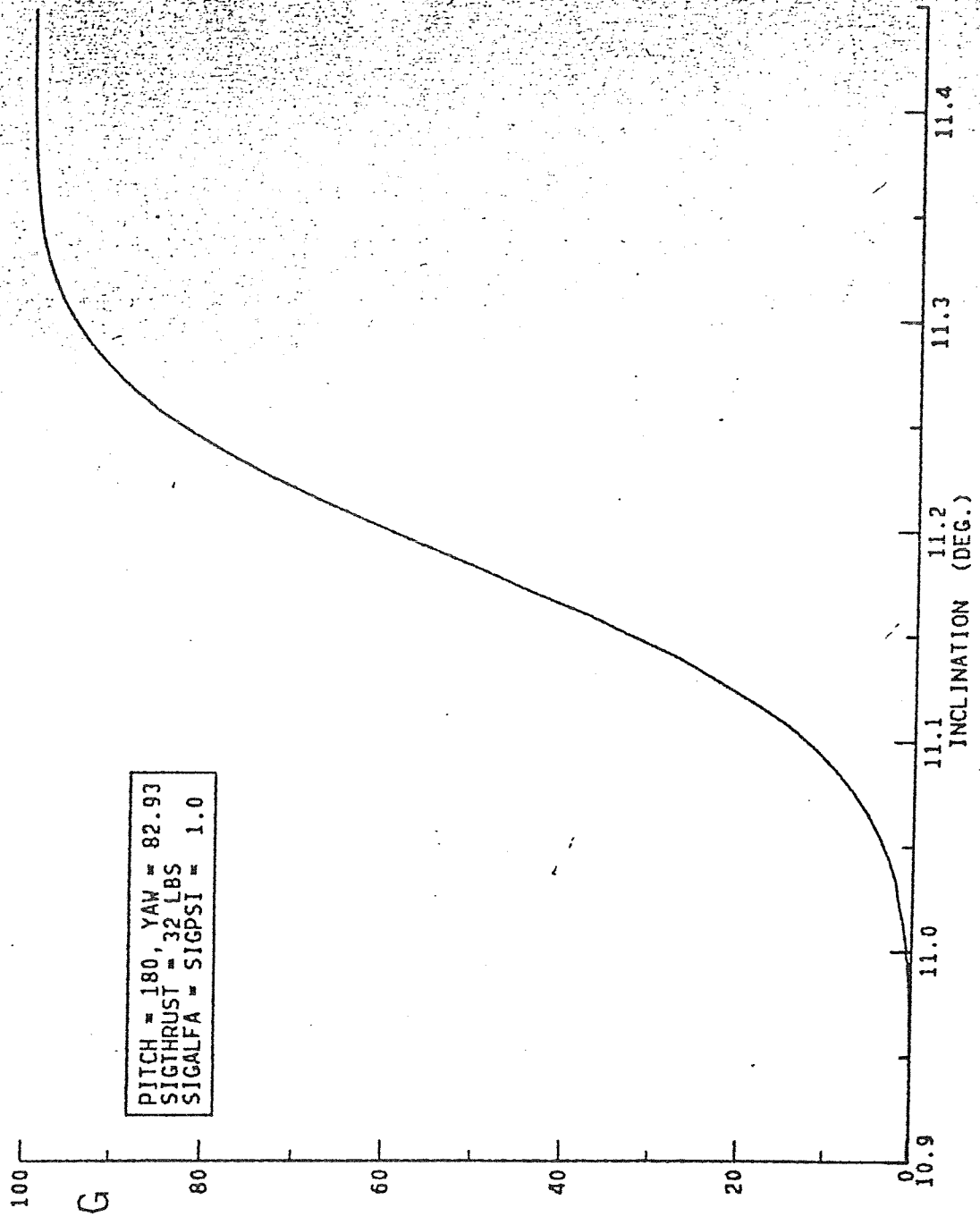


Fig. 17

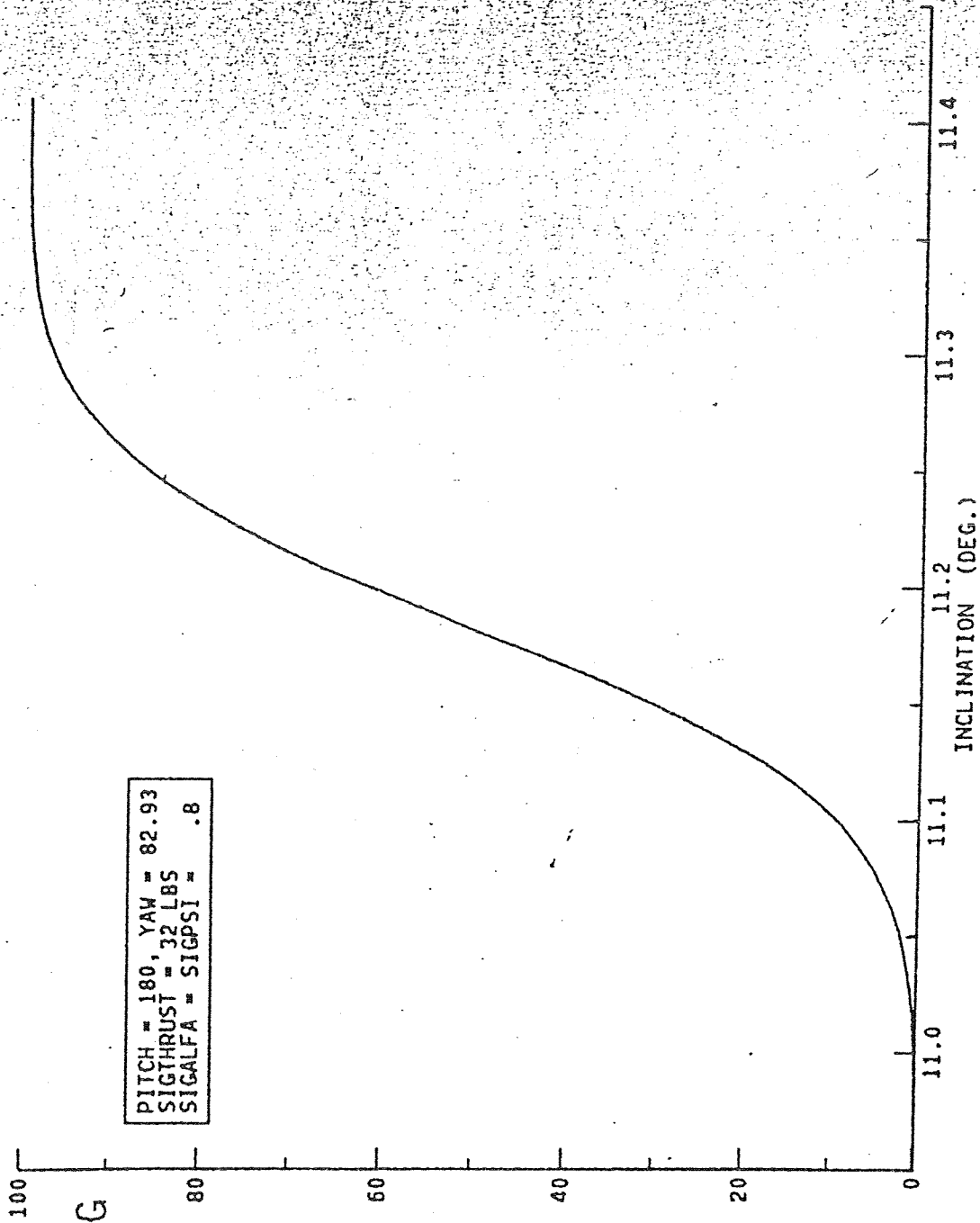
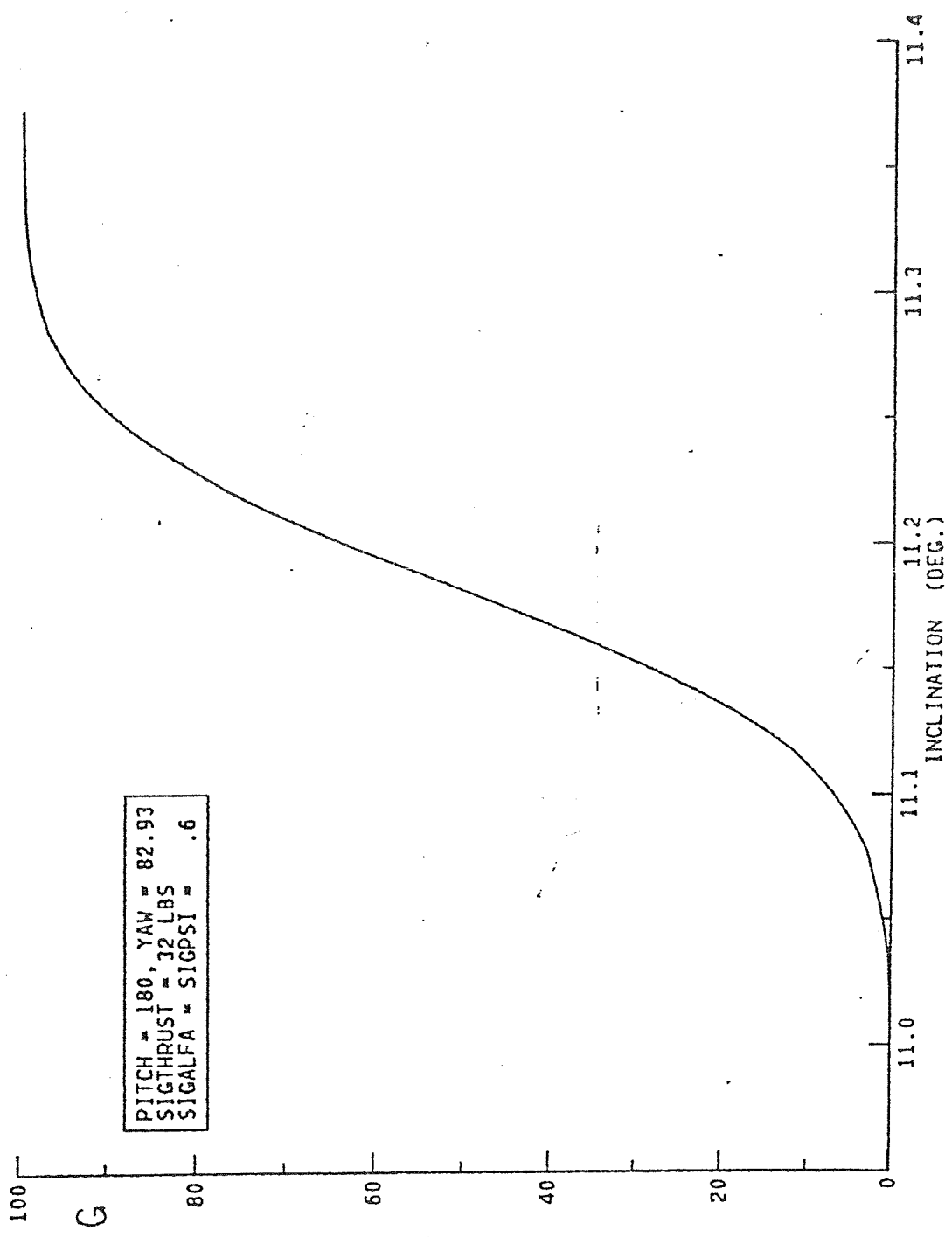
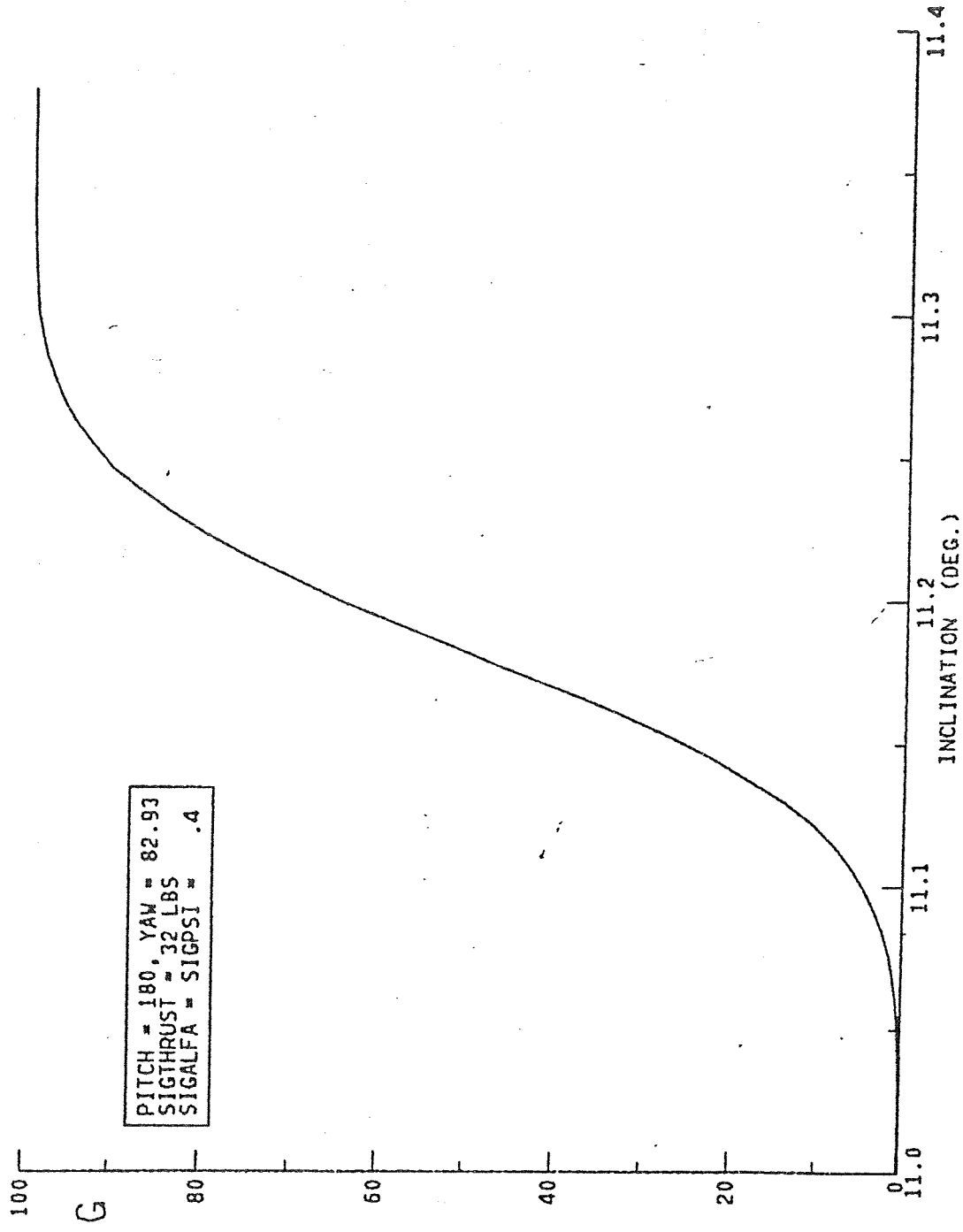


Fig. 18



PITCH = 180, YAW = 82.93  
 SIGTHRUST = 32 LBS  
 SIGALFA = SIGPSI = .6

FIG. 19



PITCH = 180, YAW = 82.93  
SIGTHRUST = 32 LBS  
SIGALFA = SIGPSI = .4

fig. 20



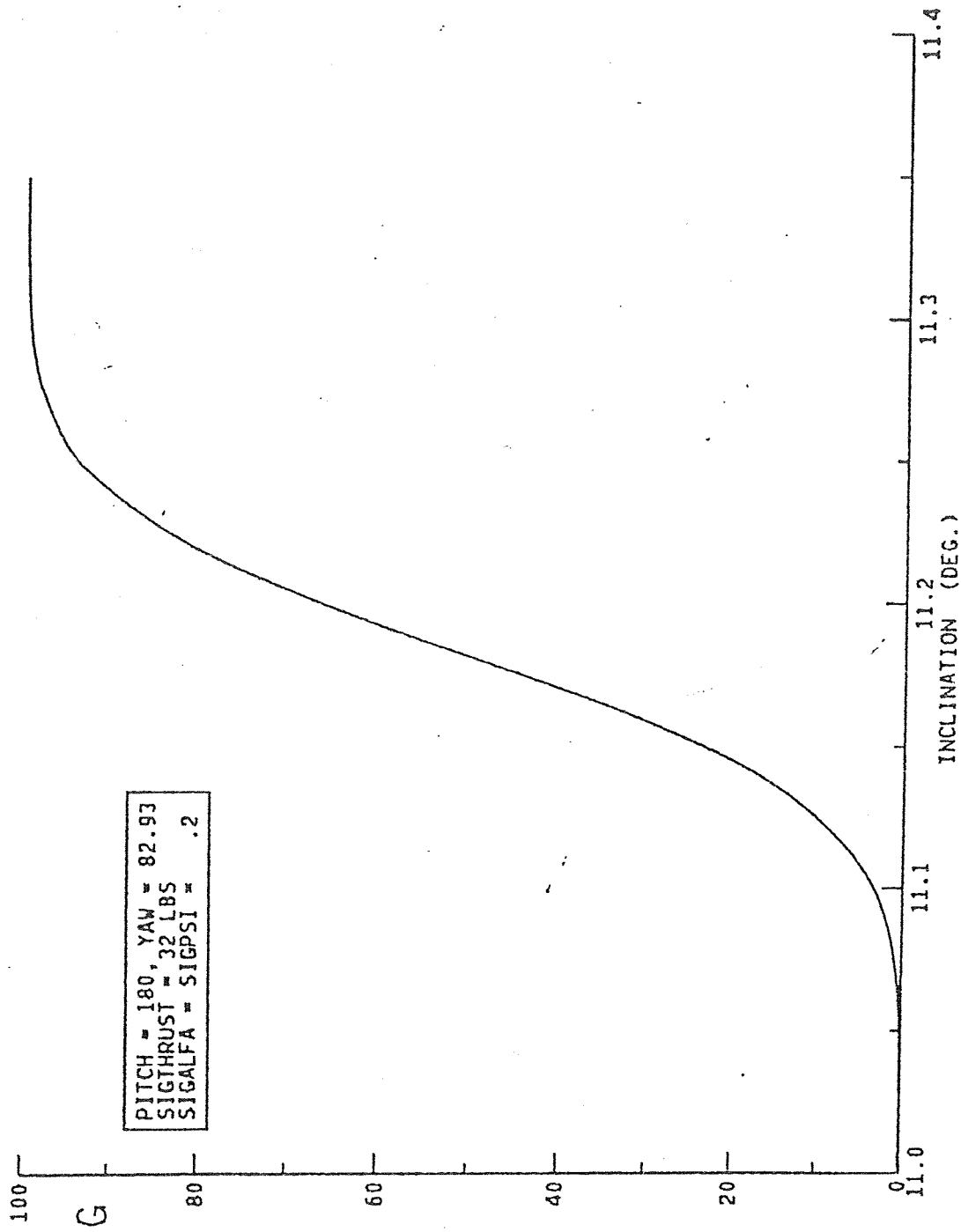


FIG. 21

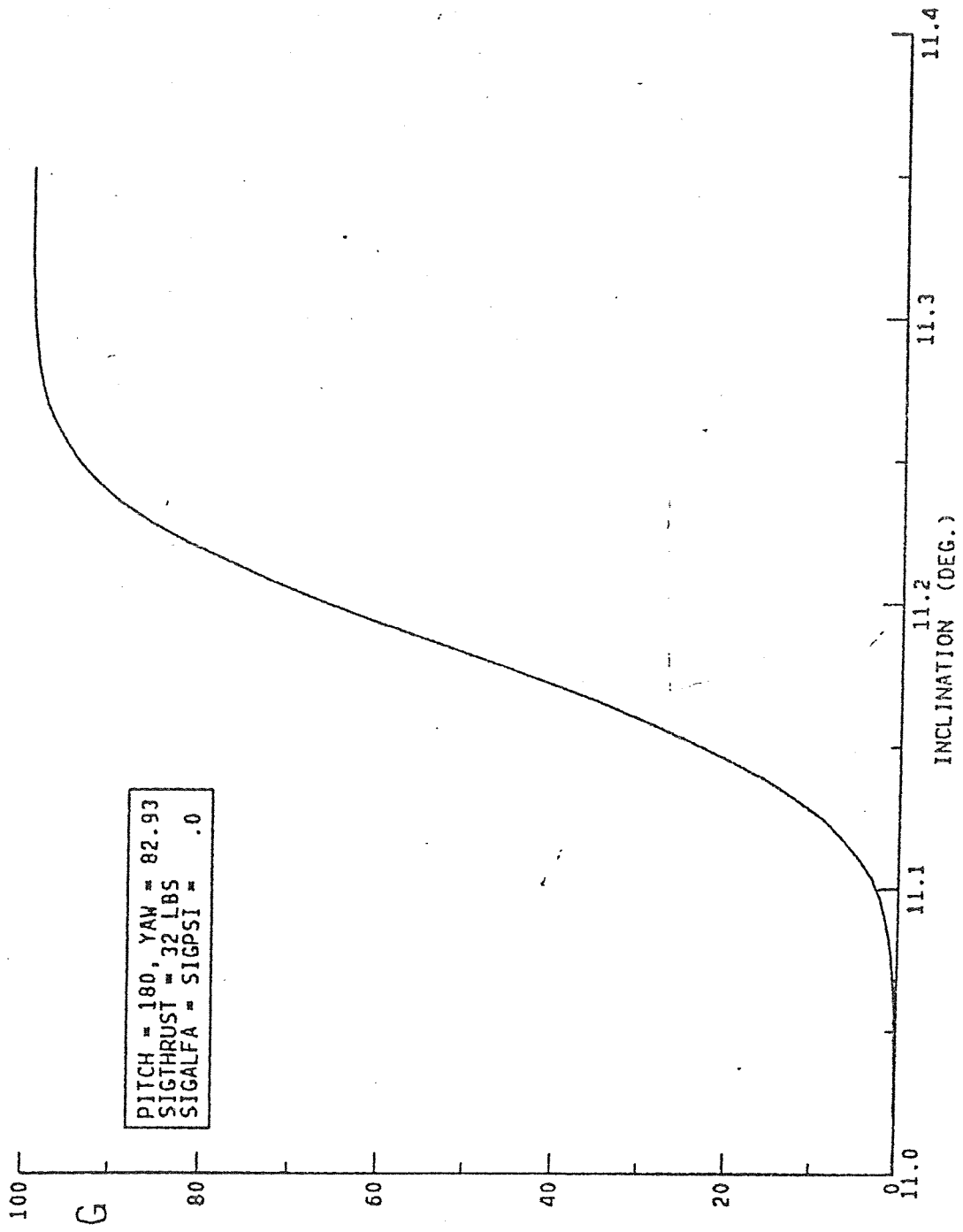
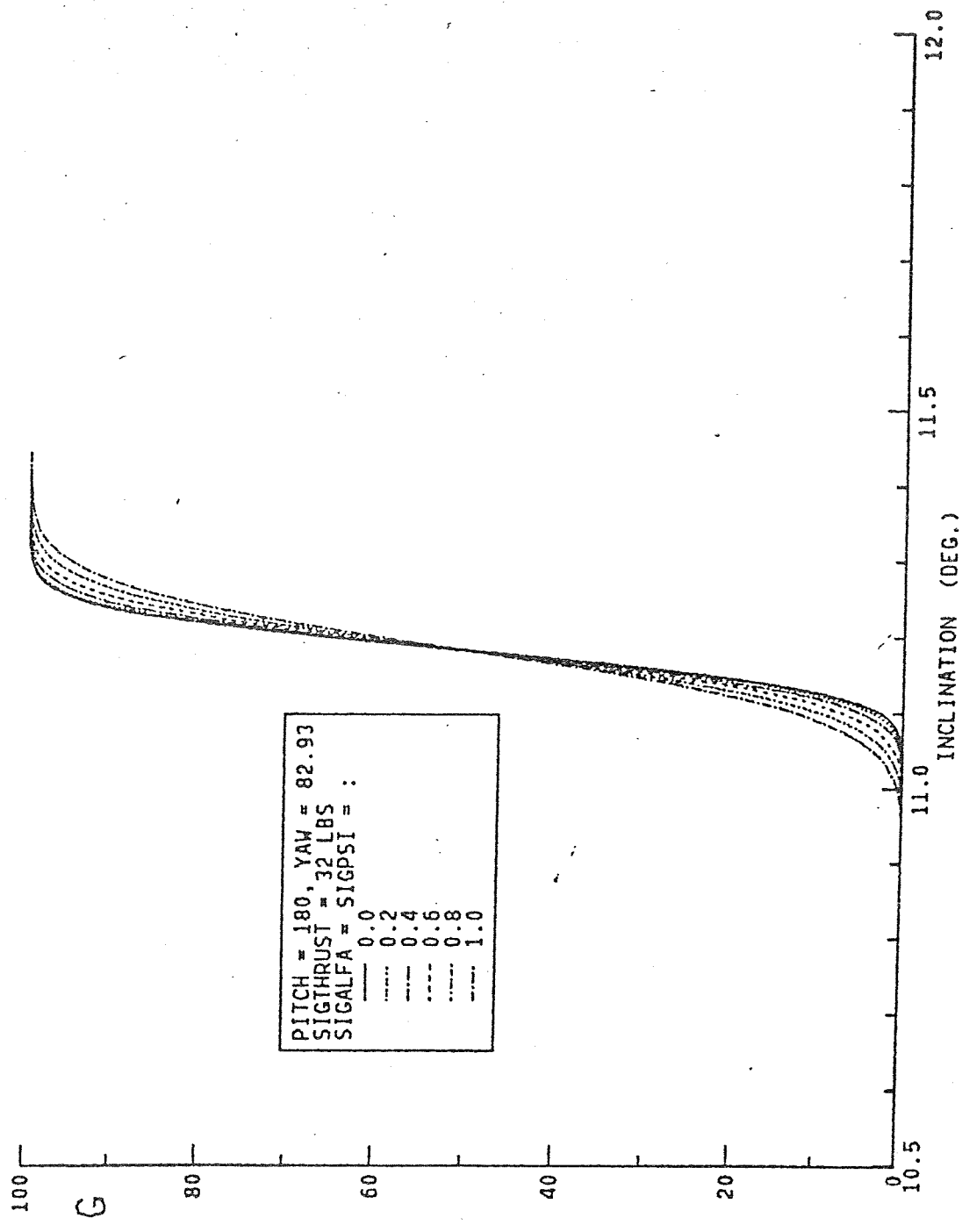


Fig. 22



PITCH = 180, YAW = 82.93  
 SIGTHRUST = 32 LBS  
 SIGALFA = SIGPSI = :  
 ——— 0.0  
 - - - 0.2  
 - - - 0.4  
 - - - 0.6  
 - - - 0.8  
 - - - 1.0

Fig. 23

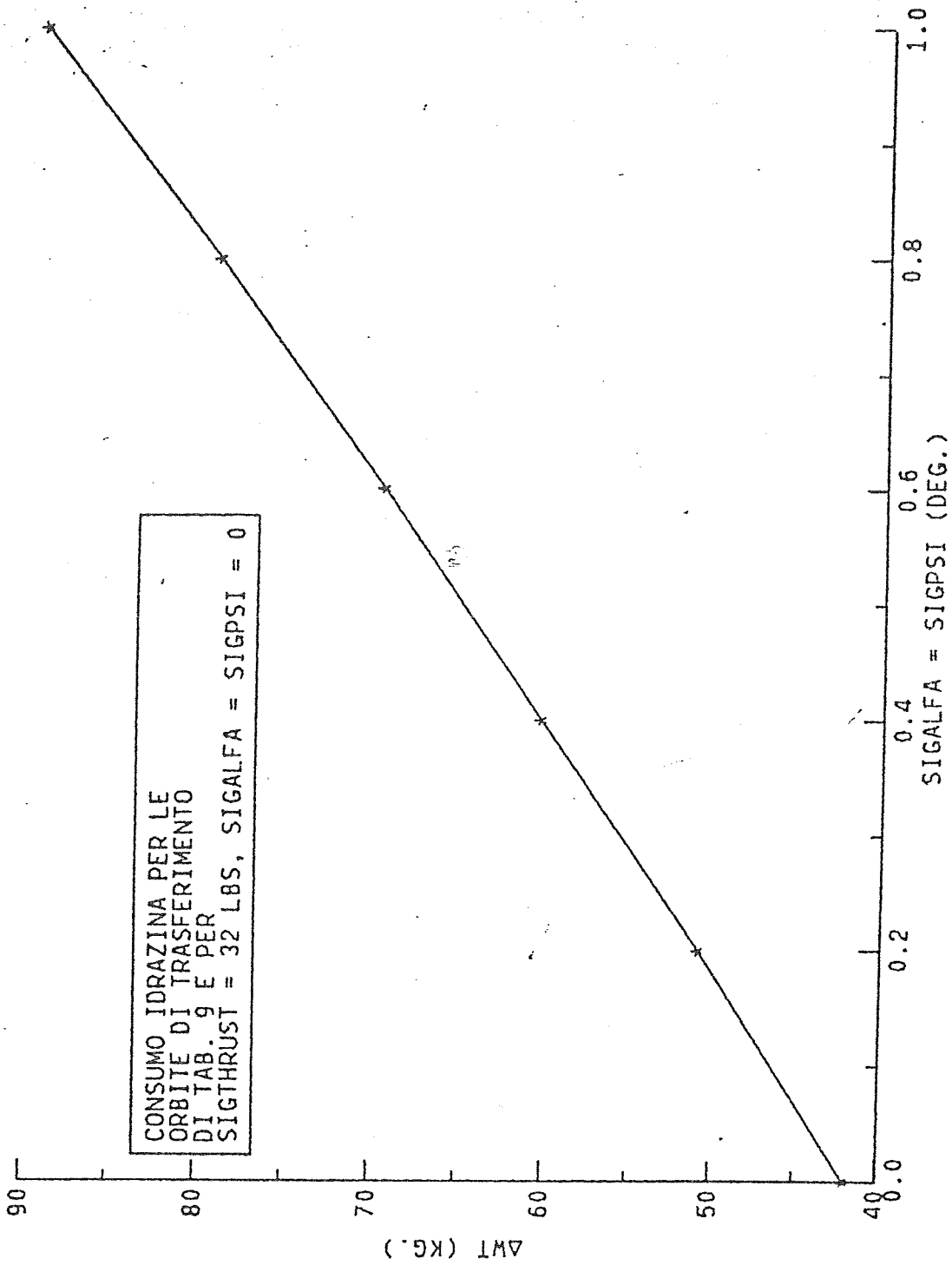


Fig. 24