

Consiglio Nazionale delle Ricerche

**ISTITUTO DI ELABORAZIONE
DELLA INFORMAZIONE**

PISA

CONSIDERAZIONI TEORICHE SU ALCUNI ASPETTI
REALIZZATIVI DI UNA TECNICA
DI TOMOGRAFIA DIFFRATTIVA
BASATA SULL'APPROSSIMAZIONE DI BORN

M.Bramanti, G.Pugliano, E.A.Salerno

nota interna B4 - 03

Gennaio 1988

CONSIDERAZIONI TEORICHE SU ALCUNI ASPETTI REALIZZATIVI DI UNA TECNICA DI TOMOGRAFIA DIFFRATTIVA BASATA SULL'APPROSSIMAZIONE DI BORN

M. BRAMANTI, G. PUGLIANO, E.A. SALERNO
IEI-CNR, Via S. Maria, 46 - 56100 PISA

1. Introduzione

E' stata da tempo proposta in letteratura [1] [11] una tecnica di ricostruzione tomografica delle proprietà elettromagnetiche di un oggetto a partire dal campo scatterato dal medesimo quando sia illuminato da un'onda monocromatica piana ed uniforme, con polarizzazione lineare.

Nella tecnica qui presa in esame viene misurato il campo di "Forward scatter" su un piano ortogonale alla direzione di propagazione del campo incidente, per diverse posizioni angolari dell'oggetto (Fig. 1); a partire dai dati così acquisiti e' possibile risalire secondo un algoritmo precisato al paragrafo successivo, ad una restrizione di tipo passa basso della Trasformata di Fourier tridimensionale di una particolare funzione, normalmente denominata "Funzione oggetto", legata alle proprietà elettromagnetiche dell'oggetto medesimo; la "Funzione oggetto" e' infine ottenuta con un processo di inversione della trasformata suddetta.

La realizzazione pratica del metodo di ricostruzione sopradelineato, comporta la definizione di svariati parametri che ne condizionano pesantemente le prestazioni [2,3,4,6,13]: la frequenza dell'onda incidente, l'estensione, necessariamente finita, della regione di misura, la sua distanza dall'asse di rotazione dell'oggetto, il passo di campionamento del campo su tale regione, il numero di posizioni angolari ("viste") dell'oggetto medesimo.

Nel presente lavoro viene eseguita un'indagine teorica volta alla determinazione di criteri ottimi per la scelta dei parametri suddetti, precisando altresì le caratteristiche fisico-geometriche richieste all'oggetto esplorato affinché sia applicabile l'approssimazione di Born.

2. Principio base del metodo di ricostruzione

Con riferimento alla fig. 1 si supponga che il corpo C, isotropo, stazionario e privo di cariche libere ($\rho = 0$), abbia permeabilità magnetica uniforme μ , permittività $\epsilon_c(\underline{r})$, conducibilità $\sigma_c(\underline{r})$ e sia immerso in un mezzo esterno omogeneo e privo di perdite con permittività ϵ e permeabilità magnetica μ , anch'esso isotropo, stazionario ed elettricamente neutro.

In assenza di depolarizzazione e per regime sinusoidale con pulsazione ω la propagazione di un'o.e.m. è retta dall'equazione scalare di Helmholtz [1,6,11,13].

$$\nabla^2 E_s + K^2 E_s = - P(\underline{r}) E \quad (2-1)$$

avendo posto

$E(\underline{r})$ = campo effettivo

$E_s(\underline{r}) = E(\underline{r}) - E_0(\underline{r})$ = campo di scatter,
con E_0 campo incidente

K = costante di propagazione nel mezzo esterno
allo oggetto = $2\pi/\lambda$ se λ è la lunghezza
d'onda della radiazione

$$P(\underline{r}) = \text{"Funzione oggetto"} = K^2 [n^2(\underline{r}) - 1]$$

con

$n(\underline{r})$ = indice di rifrazione del corpo C rispetto al
mezzo esterno, espresso da

$$n(\underline{r}) = \sqrt{\frac{\epsilon_c(\underline{r}) - j\sigma_c(\underline{r})/\omega}{\epsilon}} \quad (2-2)$$

In tali condizioni e nell'ulteriore ipotesi che all'interno di C sia $E \approx E_0$ (approssimazione di Born del 1° ordine) può mostrarsi che vale la relazione [1]

$$\int_{\underline{r}} [P]_{\nu_x, \nu_y, \nu_z = \frac{k}{2\pi}(m-1)} = -j 2k m e^{-jk m \bar{z}} \int_{x,y} [E_s(x,y,\bar{z})] \quad (2-3)$$

avendo assunto (vedi fig. 1) l'onda incidente piana, uniforme e propagantesi lungo z e con

$$\nu_x^2 + \nu_y^2 \leq \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \quad (2-4)$$

$$m = \sqrt{1 - \left(\frac{2\pi}{k}\right)^2 (\nu_x^2 + \nu_y^2)} \quad (2-5)$$

La (2-3), nelle ipotesi menzionate, stabilisce il legame esistente fra la Trasformata di Fourier della

Funzione oggetto e la Trasformata di Fourier del campo di scatter E_s sul piano $z=\bar{z}$.

Si vede infatti che dalla Trasformata di Fourier bidimensionale del campo scatterato sul piano $z = \bar{z}$ si puo' ricavare la trasformata tridimensionale della funzione oggetto in una restrizione dello spazio di Fourier data innanzi tutto dalla (2.4) e poi da

$$\nu_z = \frac{k}{2\pi}(m-1) \quad (2-6)$$

con m dato dalla (2-5).

Le (2-4) e (2-6) descrivono nello spazio di Fourier, se si assume il valore positivo di m (campo di forward scatter), una superficie emisferica di centro $(0, 0, -1/\lambda)$ e raggio $k/2\pi = 1/\lambda$. La figura 2 mostra la traccia di tale superficie sul piano $\nu_x - \nu_z$. ^{LA MISURA} del campo "scatterato" e la sua trasformata bidimensionale portano quindi alla conoscenza della trasformata tridimensionale della funzione oggetto su una superficie "campionatrice" di equazione (2-6).

Variando la posizione della superficie campionatrice nello spazio di Fourier si riesce ad estendere il sottospazio in cui e' nota la trasformata della funzione oggetto.

Per ottenere questo risultato, nella tecnica qui esaminata, si ricorre alla ripetizione della procedura descritta per diverse orientazioni (viste) dell'oggetto in esame rispetto al sistema di illuminazione e misura.

Queste operazioni sono descritte schematicamente in figura 3, in cui, sempre sul piano $\nu_x - \nu_z$, sono mostrate le tracce delle superfici campionatrici per le singole viste.

Osservando tale figura e' facile vedere come, utilizzando un numero adeguato di viste, si puo' arrivare alla conoscenza della trasformata tridimensionale della funzione oggetto entro la sfera centrata nell'origine dello spazio di Fourier e di raggio uguale a $\sqrt{2}/\lambda$.

L'antitrasformazione tridimensionale dei dati cosi' ottenuti costituisce una ricostruzione di tipo passa-basso della funzione oggetto.

Tali risultati sono pero' puramente teorici, in quanto presuppongono la misura del campo di scattering su tutto un piano indefinito e per qualunque posizione angolare dell'oggetto.

In una realizzazione pratica sia le misure che i dati ricavati nello spazio di Fourier saranno necessariamente in

forma discreta; inoltre l'estensione della regione di misura dovrà essere finita.

Pertanto nella realizzazione di un apparato sperimentale sarà necessario dimensionare correttamente il sistema di acquisizione dei dati, al fine di ottenere una ricostruzione della funzione $P(\underline{r})$ che non sia influenzata da errori di aliasing relativi alla trasformata del campo di scattering o alla antitrasformazione dei valori noti della $M_{x,y,z}[P]$.

Occorrerà quindi definire un passo massimo di campionamento sul piano $z = \bar{z}$, un passo angolare massimo tra una vista e la successiva e una estensione minima per la regione piana di misura, nonché un valore appropriato per la distanza \bar{z} tra il piano di misura e il centro di rotazione dell'oggetto.

Un altro parametro, la cui scelta influenza la qualità della ricostruzione è infine la lunghezza d'onda dell'onda di esplorazione.

3. Passo massimo di campionamento, posizionamento ed estensione della regione di misura.

Come si è detto i dati sul campo di scattering sul piano $z = \bar{z}$ sono di tipo discreto. Il passo di campionamento dovrebbe essere scelto piccolo abbastanza da evitare l'influenza di errori di aliasing alla periferia della regione su cui si calcola la trasformata.

Il passo di campionamento è però soggetto a un certo numero di vincoli fisici e tecnici [5,13], e non può quindi essere ridotto a piacere.

Questo fatto induce a chiedersi se, fissato il passo di campionamento, è possibile trovare dei valori di \bar{z} che permettano di evitare errori di aliasing.

Gia' dal punto di vista intuitivo si vede come, a causa della presenza di significative componenti evanescenti [1,9,14], il campo in prossimità dell'oggetto sia più velocemente variabile (nello spazio) rispetto al campo lontano.

Sebbene la parte della trasformata che interessa sia quella confinata entro il cerchio (2.4), il campo deve essere campionato con passo tale da calcolare la trasformata in una regione che ne contenga tutte le componenti significative, anche se questa è molto più estesa del cerchio suddetto; se non si agisce così si può incorrere in pesanti errori di aliasing.

E' pertanto di interesse studiare la variazione di $\mathcal{F}_{x,y}[E_s(x,y,z)]$ conseguente a variazioni di z . Dalla (2.3) si ottiene

$$\mathcal{F}_{x,y}[E_s(x,y,\bar{z})]_{\nu_x,\nu_y} = \frac{j}{2km} e^{jkm\bar{z}} \mathcal{F}_{\underline{r}}[P]_{\nu_x,\nu_y,\nu_z = \frac{k}{2\pi}(m-1)} \quad (3-1).$$

Si consideri ora un incremento $\Delta\bar{z}$ nella posizione del piano di misura. Per quei valori di ν_x e ν_y per i quali m e' reale, tale incremento lascia invariato il modulo della trasformata, modificandone la fase con un termine aggiuntivo pari a $Km\Delta\bar{z}$.

E' da notare che tale risultato non e' legato alla validita' dell'approssimazione di Born ma ha validita' generale [13].

Per i punti del piano di Fourier esterni al cerchio (2-4) i valori di m diventano immaginari puri e l'incremento $\Delta\bar{z}$ provoca una riduzione del modulo della trasformata di un fattore

$$e^{-k|m|\Delta\bar{z}} = e^{-2\pi|m|\frac{\Delta\bar{z}}{\lambda}}$$

Per esempio se ν_x e ν_y sono poco al di fuori del cerchio (2-4) il modulo della (3-1) si riduce circa di 100 volte per un incremento $\Delta\bar{z}/\lambda = 5$ indipendentemente dal valore di \bar{z} .

Pertanto nell'ipotesi di ritenere trascurabile $\mathcal{F}_{x,y}[E_s]$ al di fuori del cerchio (2-4) quando il suo modulo sia ridotto di almeno 100 volte rispetto al valore da esso assunto per $\bar{z} = 0$, posizionando il piano di misura a $\bar{z} \geq 5\lambda$, si ha che la funzione $E_s(x,y,\bar{z})$ ha banda coincidente con la regione del piano di Fourier utile per la ricostruzione della $P(\underline{r})$. In tali condizioni, il passo massimo di campionamento del campo risulta pari a $\lambda/2$.

Il calcolo corretto della Trasformata di Fourier di E_s dipendera' anche dall'estensione della regione piana in cui si fanno le misure del campo medesimo.

Infatti la funzione che si andra' a trasformare non sara' effettivamente la $E_s(x,y,\bar{z})$ ma una sua versione modificata per un fattore di apertura $G(x,y)$ spazialmente limitato:

$$E_{s_w}(x,y,\bar{z}) = E_s(x,y,\bar{z}) \cdot G(x,y) \quad (3-2)$$

Si supponga che $G(x,y)$ sia nulla al di fuori di una finestra quadrata di lato L .

Operando la Trasformata di Fourier del campo misurato si ottiene:

$$f_{x,y}[E_{s\omega}] = f_{x,y}[E_s] * f_{x,y}[G] \quad (3-3)$$

Per effetto della convoluzione la funzione desiderata $f_{x,y}[E_s]$ subisce uno sfocamento dovuto all'apertura del lobo principale di $f_{x,y}[G]$ e una ondulazione dovuta ai lobi laterali di $f_{x,y}[G]$.

Per diminuire l'effetto di ondulazione si può agire sagomando opportunamente i fianchi di $G(x,y)$.

Per ridurre invece lo sfocamento occorre dimensionare L in maniera tale che entro l'apertura del lobo principale di $f_{x,y}[G]$ la $f_{x,y}[E_s]$ possa essere ritenuta costante; in questo caso si avrà:

$$\begin{aligned} f_{x,y}[E_s] * f_{x,y}[G] &= \iint f_{x,y}[E_s]_{\nu_x - \xi, \nu_y - \eta} \cdot f_{x,y}[G]_{\xi, \eta} d\xi d\eta \approx \\ &\approx f_{x,y}[E_s] \cdot \iint f_{x,y}[G] d\xi d\eta = f_{x,y}[E_s] \cdot G(0,0) \end{aligned} \quad (3-4)$$

cioè la trasformata calcolata limitando la misura di E_s alla regione suddetta non subirà distorsioni rispetto a quella del campo di scatter sull'intero piano $z=\bar{z}$.

Il dimensionamento di L può essere fatto assumendo che l'apertura del lobo principale di $f_{x,y}[G]$ sia dell'ordine del reciproco del semilato della finestra quadrata, cioè circa $2/L$, e facendo sì che la $f_{x,y}[E_s]$ risulti pressoché costante entro questo intervallo.

Osservando la (3-1) si può vedere che per z/λ piccolo (<3) le variazioni della $f_{x,y}[E_s]$ possono essere interamente attribuite alla $f_{x,y}^z[P]$, dato che il fattore moltiplicativo $e^{jK\bar{m}z}/m$ può essere considerato lentamente variabile con ν_x, ν_y .

Amnesso che l'oggetto sia interamente contenuto in una sfera di diametro D , la funzione $f_z[P]$ avrà banda limitata a $D/2$ e quindi si potrà campionare con passo di Nyquist pari a $1/D$ nello spazio di Fourier tridimensionale.

Dalla Figura 4 si può ricavare da semplici considerazioni geometriche il minimo intervallo $\Delta\nu$ corrispondente a tale passo sul piano $\nu_x - \nu_y$:

$$\Delta\nu = \frac{\lambda}{2D^2} \quad (3-5)$$

Entro l'intervallo $\Delta\nu$ la funzione $f_{x,y}[E_s]$ può quindi essere considerata costante.

Si deve far si' che tale intervallo sia maggiore dell'apertura spettrale di $G(x,y)$, cioe', per quanto detto in precedenza:

$$\Delta \nu \geq \frac{2}{L} \quad (3-6)$$

ovvero:

$$L \geq \frac{2}{\Delta \nu} = 4 \frac{D^2}{\lambda} \quad (3-7)$$

oppure, ancora:

$$L/\lambda > 4 \left(\frac{D}{\lambda}\right)^2 \quad (3-8)$$

Nel caso in cui z/λ non sia troppo elevato, quindi, le dimensioni relative della finestra aumentano con il quadrato delle dimensioni relative dell'oggetto.

Per z/λ grande le variazioni del fattore $1/m_0 e^{jK\bar{z}}$ non sono piu' trascurabili e se ne deve tener conto ai fini del dimensionamento di L .

Posto

$$\nu = \sqrt{\nu_x^2 + \nu_y^2} \quad (3-9)$$

E' necessario che l'apertura spettrale di $G(x,y)$, $2/L$, sia minore del minimo intervallo $\Delta_\pi \nu$ entro il quale la fase del fattore $1/m_0 e^{jK\bar{z}}$ subisce una variazione di π radianti.

E' da notare al riguardo che tale variazione di fase e' piu' rapida verso la periferia del cerchio (2-4), cioe' per $m \approx 0$.

L'ultimo ciclo del termine di fase inizia per $\nu = \bar{\nu}$ ricavabile dalla relazione.

$$m = \sqrt{1 - (\lambda \bar{\nu})^2} = \frac{1}{\bar{z}/\lambda} \quad (3-10)$$

da cui [13] tenendo conto del fatto che e' $\bar{z}/\lambda \gg 1$ si ottiene

$$\lambda \bar{\nu} \approx 1 - \frac{1}{2} \frac{1}{(\bar{z}/\lambda)^2} \quad (3-11)$$

Poiche' per $\lambda \nu = 1$ si e' sulla circonferenza di raggio $1/\lambda$ dalla (3-11) segue che il termine di fase subisce una variazione di π radianti su un tratto ampio circa $1/4 \cdot 1/(z/\lambda)^2$ nella variabile $\lambda \nu$.

Da queste considerazioni si ottiene:

$$\Delta_\pi \nu \approx \frac{1}{4\lambda} \frac{1}{(\bar{z}/\lambda)^2} \quad (3-12)$$

Imponendo che l'apertura spettrale $2/L$ di $G(x,y)$ sia non maggiore di $\Delta_{\pi} \gamma$ si ottiene:

$$\frac{L}{\lambda} \geq 8 \left(\frac{\bar{z}}{\lambda} \right)^2, \quad \frac{\bar{z}}{\lambda} \gg 1 \quad (3-13)$$

Come era ovvio in questo caso le limitazioni su L non dipendono dall'estensione D dell'oggetto.

Le (3-8) e (3-13) sono state ricavate mettendosi il piu' possibile in condizioni cautelative e richiedendo un campionamento sufficiente della trasformata della funzione oggetto sui bordi delle superfici semisferiche in cui essa e' nota.

Nei casi pratici potrebbe essere conveniente rinunciare a questo grado di accuratezza pur di poter ridurre l'apertura della regione di misura a valori inferiori a quelli forniti dalle formule qui ricavate.

4. Massimo passo angolare

Come gia' mostrato, prendendo piu' viste dell'oggetto e' possibile ottenere i valori della trasformata della funzione oggetto entro il volume racchiuso dalla sfera di centro nell'origine dello spazio di Fourier e raggio \sqrt{z}/λ .

In pratica la scansione angolare sara' necessariamente discreta, con passo tale da assicurare un campionamento sufficiente della $\mathcal{F}_r[P]$.

Per quanto visto al paragrafo precedente, se l'oggetto e' contenuto in una sfera di diametro D , come in figura 1, la $\mathcal{F}_r[P]$ e' una funzione del vettore frequenza spaziale $\underline{\nu}$ con banda limitata a $D/2$.

Il corrispondente passo di Nyquist e' $1/D$; dalla figura 5 si ricava facilmente che questa condizione e' soddisfatta con un passo angolare $\Delta\theta$ tale che:

$$\Delta\theta \leq \theta_0 = 2 \arcsen \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{\lambda}{D} \right) \quad (4-1)$$

Si noti come al rimpicciolirsi dell'oggetto, fino alle dimensioni $\lambda/2\sqrt{2}$, che in questo senso possono essere assunte come limite di risoluzione della tecnica esaminata, diminuisca il numero di viste angolari strettamente necessarie; l'inapplicabilita' della (4-1) per un oggetto di dimensioni inferiori a $\lambda/2\sqrt{2}$ rispecchia lo stesso limite di diffrazione che ha imposto per esempio il passaggio dalla microscopia ottica a quella elettronica.

5. Frequenza di lavoro

Da tutto quanto precede e' apparsa chiaramente la dipendenza diretta dei limiti di risoluzione dalla lunghezza d'onda di lavoro e, conseguentemente, l'esigenza di renderla piu' piccola possibile, ovvero di innalzare il piu' possibile la frequenza di lavoro al fine di migliorare la risoluzione.

A parte la presenza di limitazioni di ordine tecnologico, l'innalzamento della frequenza peggiora l'attendibilita' dell'approssimazione di Born.

Risulta infatti [13] che, con le stesse notazioni adottate per la (2-1) e la figura 1, la prima approssimazione di Born e' giustificata se:

$$|K(n-1)D| \ll \pi/3 \quad (5-1).$$

Si vede quindi che si deve trovare una soluzione di compromesso tra le dimensioni D dell'oggetto, il disadattamento di questo nei confronti del mezzo circostante e il valore di K , che e' proporzionale alla frequenza. Fissati i primi due parametri risulta quindi una limitazione superiore per la frequenza.

Se la risoluzione ottenuta risulta insufficiente si puo' sempre ricorrere, quando sia possibile, ad algoritmi di super-risoluzione [7,8,10,12].

Conclusioni

Si e' visto come nel campo di validita' della descrizione della propagazione e.m. basata sull'equazione scalare di Helmholtz (depolarizzazione irrilevante) sia possibile sviluppare un procedimento di tomografia ricostruttiva a microonde ricorrendo, in fase di inversione, all'approssimazione di Born del primo ordine (oggetto sufficientemente adattato al mezzo esterno, si' da potersi approssimare il campo interno con quello di illuminazione).

Sono state ottenute delle condizioni per un dimensionamento dei parametri operativi tale da non degradare nella realizzazione pratica le prestazioni ottenibili in teoria. In particolare si e' mostrato come la brusca attenuazione subita con la distanza dalle componenti non di radiazione renda il campo misurato una funzione a banda praticamente limitata, il che ha consentito di determinarne il limite superiore al passo di campionamento in base alle condizioni di Nyquist.

Inoltre, riconosciuta la natura a banda limitata della trasformata della funzione oggetto si e' determinata l'estensione minima della regione di misura (apertura) ed il passo angolare massimo che ne garantiscono un campionamento adeguato.

Bibliografia

- [1] M.F. Adams, A.P. Anderson: "Synthetic Aperture Tomographic (SAT) Imaging for Microwave Diagnostics", IEE Proc., Vol. 129, pt. H, no. 2, Apr. 1982, pp. 83-88.
- [2] M. Bramanti, M. Curci: "Algoritmi per la Ricostruzione di Immagini nella Tomografia Impiegante Ultrasuoni o Campi Elettromagnetici", IEI-CNR, Pisa, N. 1 B83-01, Feb. 1983.
- [3] M. Bramanti, M. Curci: "Des Possibilités et Limites de l'Algorithme de Reconstruction dans l'Approximation de Born Appliquée a la Tomographie Diffractive a MicroOndes", ITBM, Vol. 6, no. 3, 1985, pp. 247-258.
- [4] M. Bramanti, E.A. Salerno: "Analisi delle Prestazioni di una Tecnica Tomografica a Microonde Basata sulla Misura del Campo di "Forward Scattering"", IEI-CNR, Pisa, N. 1. B4-25, Ott. 1987.
- [5] G. Collignon, Y. Michel, F. Robin, J. Saint, J.C. Bolomey: "Quick Microwave Field Mapping for Large Antennas", Microwave Journal, Dec. 1982, pp. 129-132.
- [6] M. Curci: "Fondamenti e Tecniche Realizzative della Tomografia Computerizzata", Tesi di Laurea, Facoltà di Ingegneria, Pisa, a.a. 1981/'82.
- [7] B.R. Frieden: "The importance of Being Positive", SPIE, Vol. 292, Processing of Images and Data from Optical Sensors (1981), pp. 151-159.
- [8] R.W. Gerchberg: "Super-resolution through Error-energy Reduction", Optical Acta, Vol. 21, no. 9, 1974, pp. 709-720.
- [9] J.W. Goodman: "Introduction to Fourier Optics", McGraw Hill, 1968.
- [10] H. Lee: "Resolution Enhancement by Wavefield Extrapolation", IEE Trans., Vol. SU-31, no. 6, Nov. 1984, pp. 642-645.
- [11] R.K. Mueller, M. Kaveh, G. Wade: "Reconstructive Tomography and Applications to Ultrasonics", IEE Proc., Vol. 67, no. 4, Apr. 1979, pp. 567-587.
- [12] C. Pask: "Simple Optical Theory of Super Resolution", J.Opt.Soc.Am., Vol. 66, no. 1, Jan. 1976, pp. 68-70.

- [13] G. Pugliano: "Fondamenti Teorici e Prestazioni della Tomografia Ricostruttiva a Microonde", Tesi di Laurea. Facolta' di Ingegneria, Pisa, a.a. 1986/'87.
- [14] J.R. Shewell, E. Wolf: "Inverse Diffraction and a New Reciprocity Theorem", J. Opt.Soc.Am, no. 58, 1968, pp. 1596-1603.



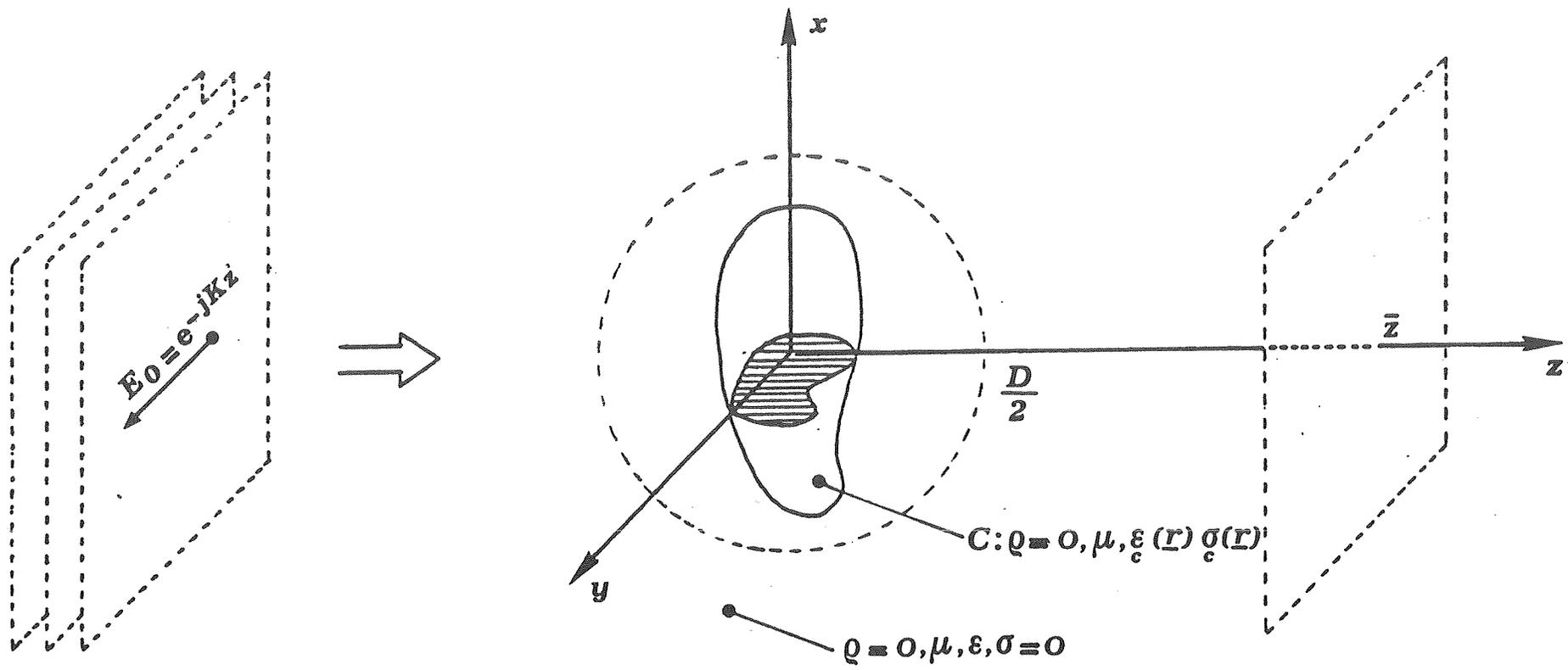


Fig. 1 Configurazione schematica della tecnica tomografica esaminata.



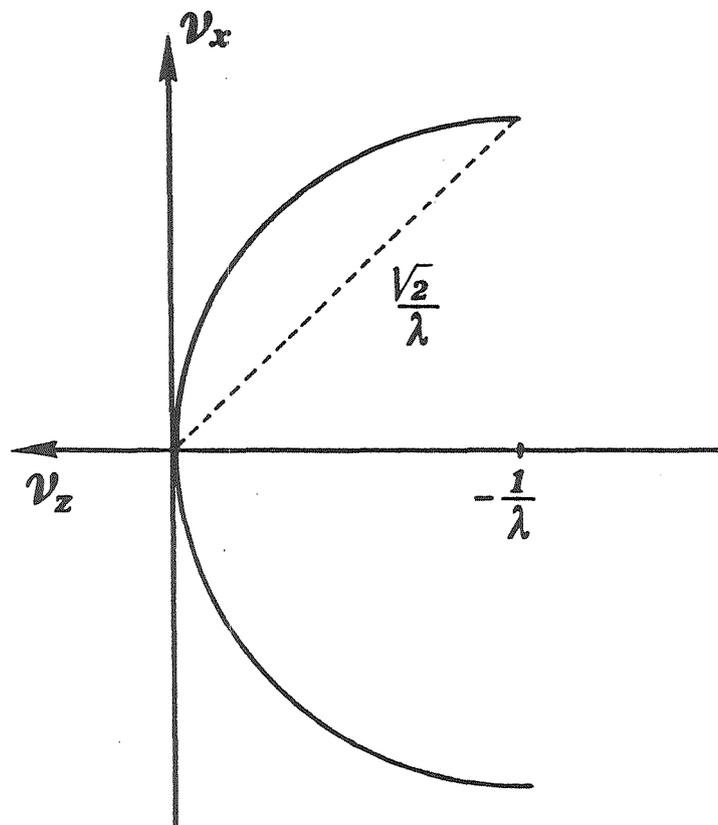


Fig. 2 Traccia sul piano (v_x, v_z) della semisfera campionatrice.



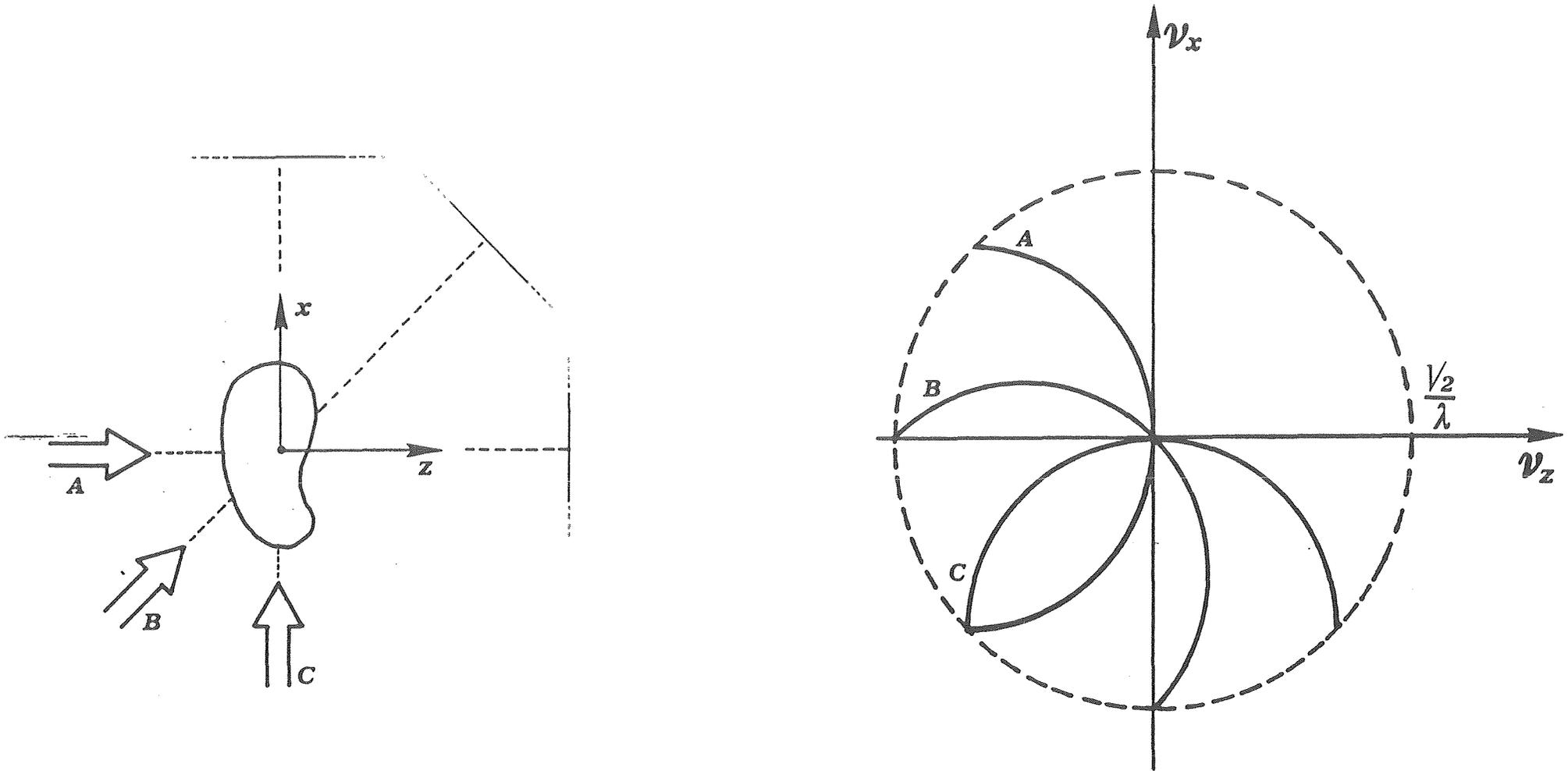


Fig. 3 Tracce delle semisfere campionatrici per diverse viste.



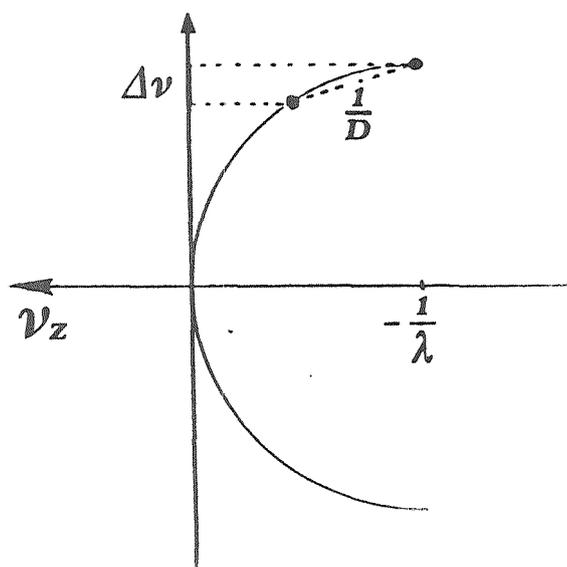
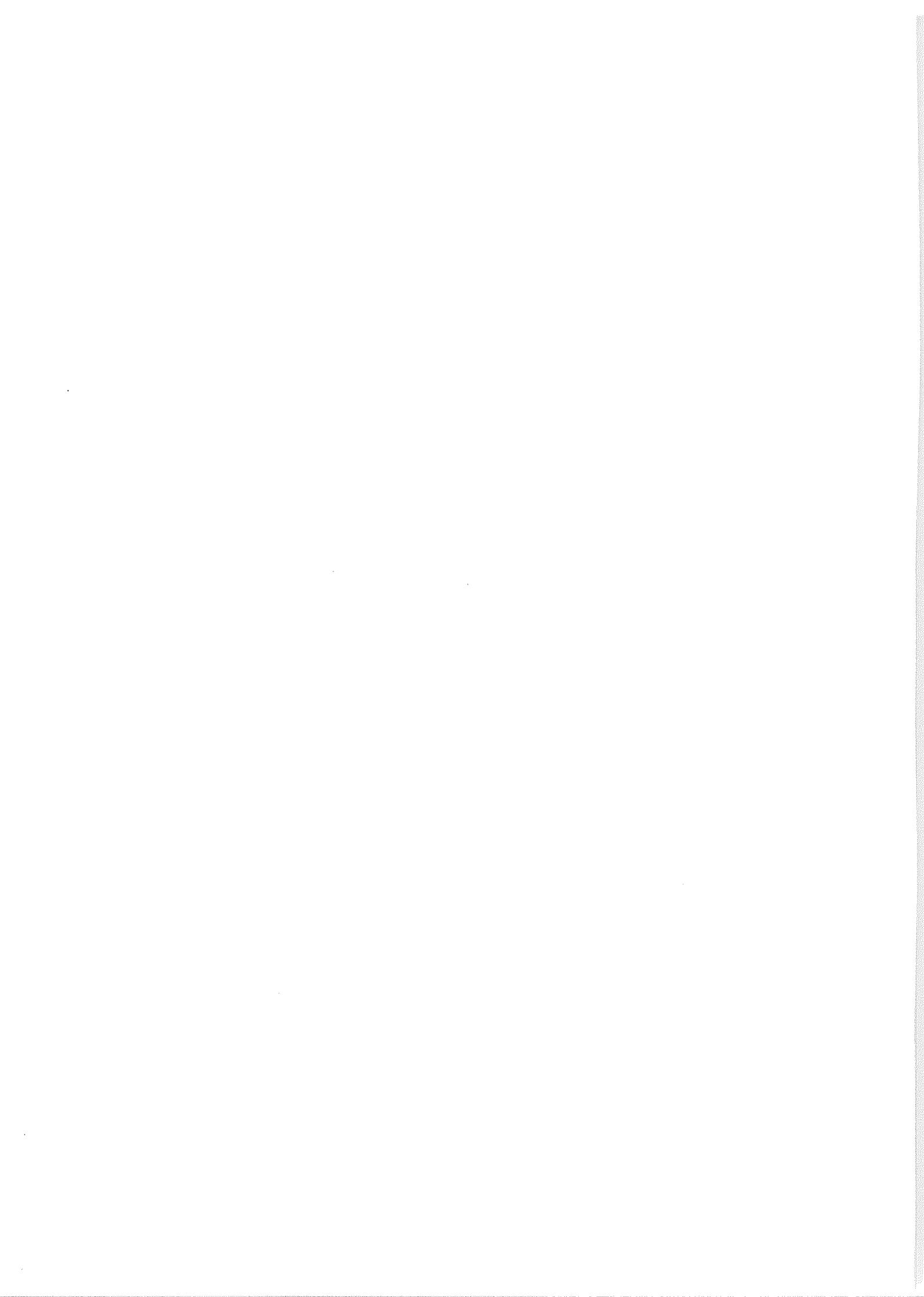


Fig. 9 Determinazione del minimo valore di $\Delta \nu$ associato al passo di campionamento tridimensionale $1/D$.



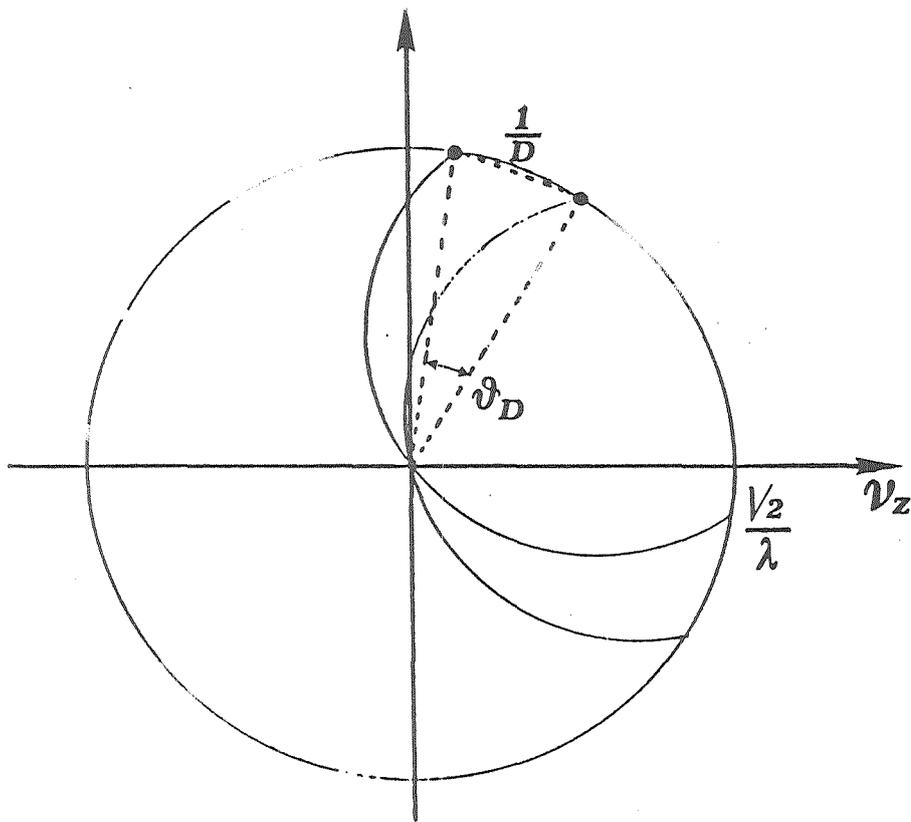


Fig. 5 Determinazione del minimo passo angolare.

