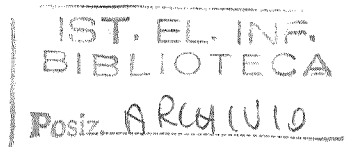




Consiglio Nazionale delle Ricerche



ISTITUTO **D**I
ELABORAZIONE **D**ELLA
INFORMAZIONE

P i s a

**Studio di fattibilità per un rilevamento
di coordinate mediante telemetria ottica**

M. Chimenti, E. Fantini, L. Azzarelli

Nota Interna B4-60

Dicembre 1994

Studio di fattibilità per un rilevamento di coordinate mediante telemetria ottica

Massimo Chimenti, Enrico Fantini, Luciano Azzarelli

Istituto di Elaborazione della Informazione

Introduzione

Presso il Dipartimento di Fisiologia dell'Università di Pisa è stata avviata una ricerca volta allo studio del movimento di un animale (nella fattispecie un piccione) di fronte ad uno stimolo luminoso: il piccione è posto davanti ad uno schermo TV sul quale viene illuminato un bersaglio in una posizione definita da un operatore; il piccione riceve un premio dopo aver colpito lo schermo.

Al fine di ottenere una raccolta di dati esauriente, è stata investigata la possibilità di impiegare un sistema di ripresa video ed un sistema di elaborazione per l'analisi automatica o assistita delle immagini acquisite, in modo da ricavare gli opportuni parametri di tipo cinematico mediante i quali si possano descrivere sia la traiettoria percorsa dalla testa del piccione durante il movimento, sia la relativa legge oraria.

Ridotto ai termini essenziali, il problema proposto si riduce al rilevamento delle coordinate spazio-temporali $P(x,y,z,t)$ di un insieme di punti predefiniti: se si fa uso di un sistema ottico per la ripresa di immagini di una scena si deve dunque acquisire una sequenza temporale di immagini sulle quali si devono determinare le coordinate dei punti immagine corrispondenti ai punti oggetto predefiniti: note le trasformazioni di coordinate introdotte dal sistema di ripresa, si risale alle coordinate dei punti sulla scena.

I componenti necessari per eseguire la procedura suddetta sono:

- un sistema per la ripresa delle immagini, costituito da una o più telecamere con gli opportuni obiettivi;

- un acquirente delle immagini video prodotte dalla telecamera, costituito sostanzialmente da un convertitore A/D e da una memoria video;
- un calcolatore con opportune interfacce di I/O per la sincronizzazione degli eventi e per il pilotaggio in linea del dispositivo di stimolazione.

Le caratteristiche dei dispositivi da impiegare dipendono dalla qualità dei dati da raccogliere. A seconda che si voglia determinare la traiettoria o la legge oraria del moto dei punti in esame si devono ottenere delle immagini digitali con la risoluzione spaziale e con la cadenza temporale necessarie per determinare i parametri di posizione, velocità e accelerazione dei punti con la risoluzione e la precisione necessarie.

1. Rilevamento delle coordinate dei punti oggetto

Data una lente semplice, si consideri il sistema di riferimento $\Omega_1(\xi, \eta, z)$, con l'asse ξ passante per il piano principale della lente e l'asse z coincidente con l'asse ottico; nella convenzione usata le immagini reali si formano nel semispazio $z > 0$.

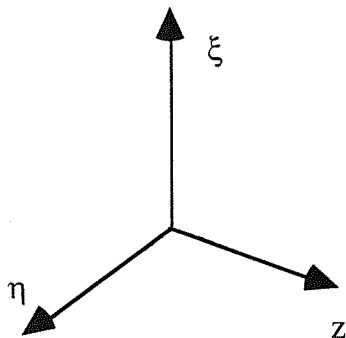


Fig. 1.1 Sistema di riferimento Ω_1 associato alla lente

Nell'approssimazione dell'ottica geometrica, le coordinate di un punto oggetto P_0 e della sua immagine P_i sono collegate dalle relazioni:

$$\begin{aligned} \frac{\xi_0}{f} &= \frac{\xi_i}{z_i - f} & \frac{\xi_i}{f} &= \frac{\xi_0}{z_0 - f} \\ \frac{\eta_0}{f} &= \frac{\eta_i}{z_i - f} & \frac{\eta_i}{f} &= \frac{\eta_0}{z_0 - f} \end{aligned} \quad (1)$$

dove f è la distanza focale della lente, misurata sull'asse ottico. Indicando con x, y, z le variabili nello spazio oggetto e con x_1, y_1, z_1 le coordinate di misura nei piani immagine (ξ, z) e (η, z) si hanno i sistemi di equazioni:

$$\begin{aligned} \frac{x}{f} &= \frac{x_1}{z_1 - f} & \frac{x_1}{f} &= \frac{x}{z - f} \\ \frac{y}{f} &= \frac{y_1}{z_1 - f} & \frac{y_1}{f} &= \frac{y}{z - f} \end{aligned} \quad (2)$$

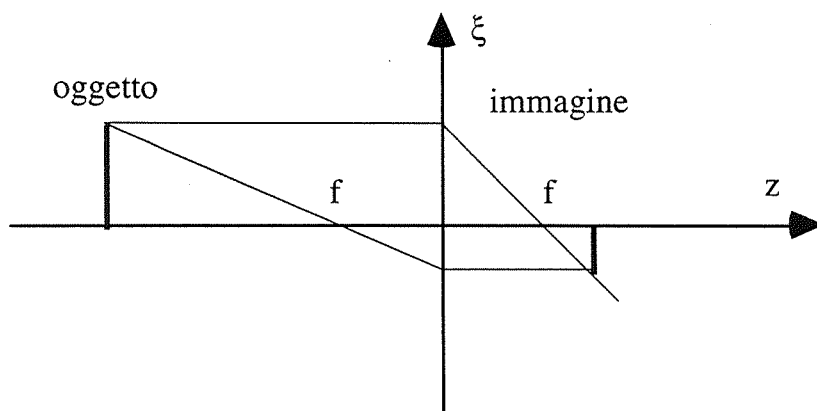


Fig. 1.2 Formazione di immagine secondo l'ottica geometrica

Si ha dunque la soluzione:

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{f x_1}{z_1 - f} \\
 y &= \frac{f y_1}{z_1 - f} \\
 z &= \frac{f z_1}{z_1 - f}
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

Le aberrazioni ottiche e la profondità di campo dell'obiettivo effettivamente impiegato per la ripresa delle immagini fanno sì che il valore di z_i possa essere determinato solo con una certa approssimazione, in modo che una sola ripresa di una scena non consente in pratica di determinare le coordinate spaziali degli oggetti inquadrati; per raggiungere questo obiettivo si possono usare le immagini prodotte da due lenti con viste differenti del punto oggetto: note le trasformazioni di coordinate tra i sistemi di riferimento associati alle due lenti, dalle misure delle coordinate dei punti immagine si può risalire alle coordinate ξ, η, z nel piano oggetto.

Si possono considerare le configurazioni indicate nel seguito; per praticità, vista l'indipendenza delle variabili x e y si considerano punti e immagini sul piano (ξ, z) .

1.1 Sistema di due lenti con assi ottici paralleli.

Si assume che i sistemi $\Omega_1(\xi, z)$ e $\Omega_2(\xi, z)$ associati alle lenti siano traslati delle quantità $\Delta\xi=a$ e $\Delta z=b$. Si hanno così le seguenti relazioni.

Coordinate di P in Ω_1

$$P = \begin{matrix} \xi_1 \\ z_1 \end{matrix}$$

Immagine di P in Ω_1

$$\frac{h_1}{f} = \frac{\xi_1}{z_1 - f} \quad (1.1.1)$$

Coordinate di P in Ω_2

$$P = \begin{matrix} \xi_2 = \xi_1 - a \\ z_2 = z_1 - b \end{matrix}$$

Immagine di P in Ω_2

$$\frac{h_2}{f} = \frac{\xi_2}{z_2 - f} = \frac{\xi_1 - a}{z_1 - b - f} \quad (1.1.2)$$

Indicando con x e z le variabili nel piano oggetto e con x_1 e x_2 le coordinate di misura nel piano immagine si ha il sistema di equazioni:

$$\begin{aligned} \frac{x}{z-f} &= \frac{x_1}{f} \\ \frac{x-a}{z-b-f} &= \frac{x_2}{f} \end{aligned} \quad (1.1.3)$$

La soluzione del sistema è:

$$\begin{aligned} x &= \frac{x_1(af-bx_2)}{f(x_1-x_2)} \\ z &= \frac{af-fx_2-bx_2-fx_1}{x_1-x_2} \end{aligned} \quad (1.1.4)$$

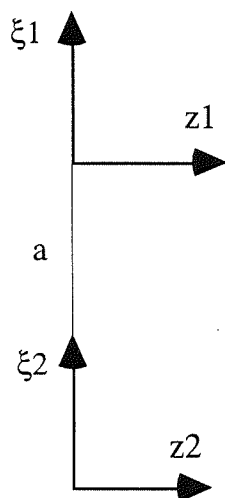


Fig. 1.3 Sistema di due lenti allineate

Per $b=0$ il sistema (1.1.3) diventa:

$$\begin{aligned} \frac{x}{z-f} &= \frac{x_1}{f} \\ \frac{x-a}{z-f} &= \frac{x_2}{f} \end{aligned} \quad (1.1.5)$$

La soluzione è quindi:

$$\begin{aligned} x &= \frac{ax_1}{x_1-x_2} \\ z &= \frac{f(a+x_2-x_1)}{x_1-x_2} \end{aligned} \quad (1.1.6)$$

1.2 Sistema di due lenti con assi ottici convergenti

Si assume che i sistemi $\Omega_1(\xi,z)$ e $\Omega_2(\xi,z)$ associati alle lenti siano complanari e che gli assi z si incontrino in un punto O a distanza b dalle origini di Ω_1 e Ω_2 ; l'angolo fra i due assi sia θ .

Per determinare le coordinate di un punto oggetto P rispetto a Ω_2 è conveniente considerare due ulteriori sistemi di riferimento: il sistema $\Omega(x,y)$, traslato rispetto a $\Omega_1(\xi,z)$ della quantità $\Delta z=b$, e il sistema $\Omega'(x',y')$, ruotato rispetto a $\Omega(x,z)$ dell'angolo θ .

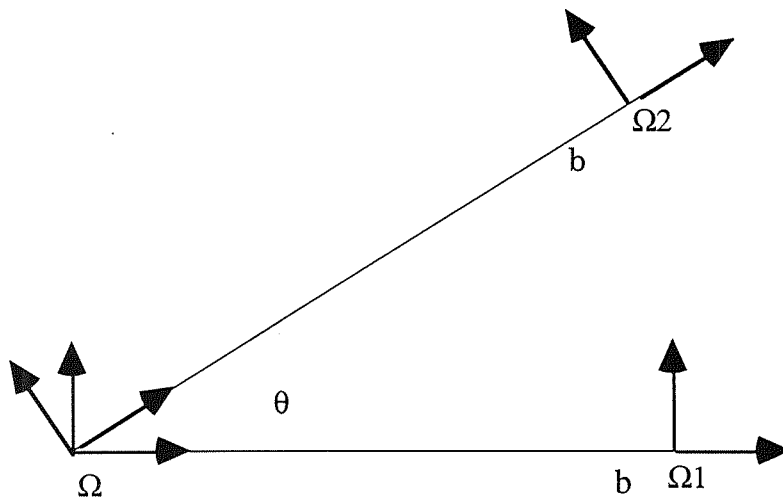


Fig. 1.4 Sistemi di riferimento Ω , Ω_1 e Ω_2 .

Si hanno cosí le seguenti relazioni.

Coordinate di P in Ω_1

$P =$	ξ_1
	z_1

Immagine di P in Ω_1

$\frac{h_1}{f} = \frac{\xi_1}{z_1 - f}$	(1.2.1)
---	---------

Coordinate di P in Ω

$$P = \begin{cases} x = z_1 - b \\ y = \xi_1 \end{cases}$$

Coordinate di P in Ω'

$$P = \begin{cases} x' = x \cos \theta + y \sin \theta = (z_1 - b) \cos \theta + \xi_1 \sin \theta \\ y' = -x \sin \theta + y \cos \theta = -(z_1 - b) \sin \theta + \xi_1 \cos \theta \end{cases}$$

Coordinate di P in Ω_2

$$P = \begin{cases} \xi_2 = y' = -(z_1 - b) \sin \theta + \xi_1 \cos \theta \\ z_2 = x' + b = (z_1 - b) \cos \theta + \xi_1 \sin \theta + b \end{cases}$$

Immagine di P in Ω_2

$$\frac{h_2}{f} = \frac{\xi_2}{z_2 - f} = \frac{-(z_1 - b) \sin \theta + \xi_1 \cos \theta}{(z_1 - b) \cos \theta + \xi_1 \sin \theta + b - f} \quad (1.2.2)$$

Indicando con x e z le variabili nel piano oggetto e con x_1 e x_2 le coordinate di misura nel piano immagine si ha il sistema di equazioni:

$$\begin{aligned} \frac{x}{z-f} &= \frac{x_1}{f} \\ \frac{-(z-b) \sin \theta + x \cos \theta}{(z-b) \cos \theta + x \sin \theta + b - f} &= \frac{x_2}{f} \end{aligned} \quad (1.2.3)$$

La soluzione del sistema è:

$$\begin{aligned} x &= x_1 \frac{-f^2 \sin \theta - f x_2 \cos \theta + f b \sin \theta - b x_2 \cos \theta + b x_2 - f x_2}{-f^2 \sin \theta + f x_1 \cos \theta - f x_2 \cos \theta - x_1 x_2 \sin \theta} \\ z &= f \frac{x_1 x_2 \sin \theta + f x_1 \cos \theta - f b \sin \theta - b x_2 \cos \theta + b x_2 - f x_2}{-f^2 \sin \theta + f x_1 \cos \theta - f x_2 \cos \theta - x_1 x_2 \sin \theta} \end{aligned} \quad (1.2.4)$$

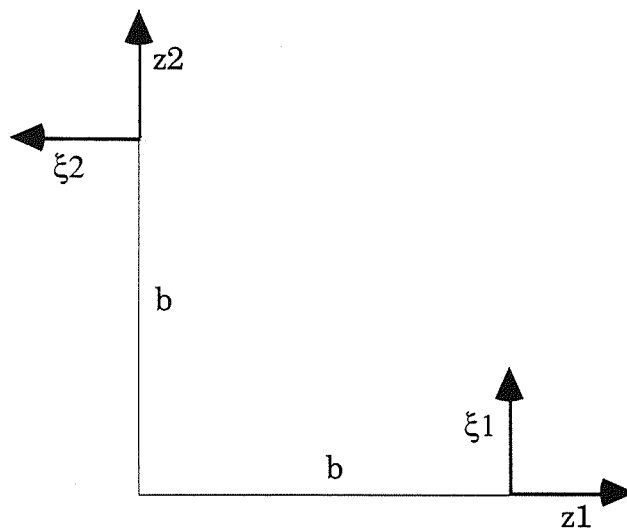


Fig. 1.5 Lenti con assi ottici ortogonali

Per $\theta=90^\circ$ si ha $\cos\theta=0$ e $\sin\theta=1$; si ha dunque:

Coordinate di P in Ω_2

$P = \begin{cases} \xi_2 = b - z_1 \\ z_2 = b + \xi_1 \end{cases}$
--

Immagine di P in Ω_2

$\frac{h_2}{f} = \frac{\xi_2}{z_2 - f} = \frac{b - z_1}{x_1 + b - f} \quad (1.2.5)$

Sistema di equazioni:

$$\frac{x}{z-f} = \frac{x_1}{f} \qquad \frac{b-z}{x+b-f} = \frac{x_2}{f} \quad (1.2.6)$$

La soluzione del sistema è:

$$\begin{aligned} x &= \frac{x_1(f-b)(f-x_2)}{f^2 + x_1x_2} \\ z &= f \frac{bf + (b-f)x_2 + x_1x_2}{f^2 + x_1x_2} \end{aligned} \quad (1.2.7)$$

1.3 Sistema con una lente e uno specchio

Si consideri una superficie riflettente su un piano ortogonale al piano (ξ, z) del sistema di riferimento Ω_1 , che interseca l'asse z alla coordinata $z=-b$ formando un angolo θ ; lo specchio forma un'immagine virtuale P' di un punto oggetto P , in modo che la lente forma le immagini reali dei punti P e P' .

Le coordinate di P' sono determinate dalla legge di riflessione speculare e possono essere espresse considerando due ulteriori sistemi di riferimento: il sistema $\Omega(x, z)$, traslato rispetto a $\Omega_1(\xi, z)$ della quantità $\Delta z=b$, e il sistema $\Omega'(x', z')$, ruotato rispetto a $\Omega(x, z)$ dell'angolo θ .

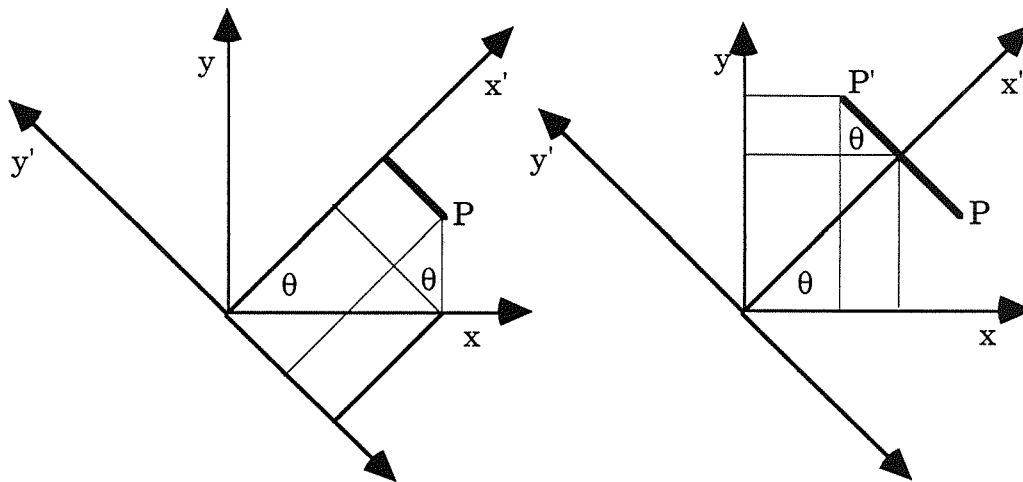


Fig. 1.6 Trasformazione di coordinate tra Ω e Ω' .

Si ha dunque:

Coordinate di P in Ω

$P = \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix}$
--

Coordinate di P in Ω'

$P = \begin{pmatrix} z_1 = z \cos \theta + x \sin \theta \\ x_1 = -z \sin \theta + x \cos \theta \end{pmatrix}$

Coordinate di P' in Ω'

$$P' = \begin{cases} z_2 = z_1 = z \cos \theta + x \sin \theta \\ x_2 = -x_1 = z \sin \theta - x \cos \theta \end{cases}$$

Coordinate di P' in Ω

$$P' = \begin{cases} z' = z_2 \cos \theta - x_2 \sin \theta = z(1-2\sin^2\theta) + x \sin 2\theta \\ x' = z_2 \sin \theta + x_2 \cos \theta = z \sin 2\theta - x(1-2\sin^2\theta) \end{cases}$$

Per la determinazione delle coordinate dei punti immagine si hanno le seguenti relazioni.

Coordinate di P in Ω_1

$$P = \begin{cases} \xi_1 \\ z_1 \end{cases}$$

Immagine di P in Ω_1

$$\frac{h_1}{f} = \frac{\xi_1}{z_1 - f} \quad (1.3.1)$$

Coordinate di P' in Ω_1

$$P' = \begin{cases} \xi_2 = x' = (z_1 - b) \sin 2\theta - \xi_1 (1 - 2\sin^2\theta) \\ z_2 = z' + b = (z_1 - b)(1 - 2\sin^2\theta) + \xi_1 \sin 2\theta + b \end{cases}$$

Immagine di P' in Ω_1

$$\frac{h_2}{f} = \frac{\xi_2}{z_2 - f} = \frac{(z_1 - b) \sin 2\theta - \xi_1 (1 - 2\sin^2\theta)}{(z_1 - b)(1 - 2\sin^2\theta) + \xi_1 \sin 2\theta + b - f} \quad (1.3.2)$$

Indicando con x e z le variabili nel piano oggetto e con x_1 e x_2 le coordinate di misura nel piano immagine si ha il sistema di equazioni:

$$\frac{x}{z-f} = \frac{x_1}{f} \quad (1.3.3)$$

$$\frac{(z-b)\sin 2\theta - x(1-2\sin^2\theta)}{(z-b)(1-2\sin^2\theta) + x\sin 2\theta + b-f} = \frac{x_2}{f}$$

La soluzione del sistema è:

$$x = x_1 \frac{-f^2\sin 2\theta + fx_2(1-2\sin^2\theta) + fb\sin 2\theta - bx_2(1-2\sin^2\theta) - bx_2 + fx_2}{f^2\sin 2\theta - fx_1(1-2\sin^2\theta) + fx_2(1-2\sin^2\theta) - x_1x_2\sin 2\theta} \quad (1.3.4)$$

$$z = f \frac{-x_1x_2\sin 2\theta - fx_1(1-2\sin^2\theta) + fb\sin 2\theta - bx_2(1-2\sin^2\theta) - bx_2 - fx_2}{f^2\sin 2\theta - fx_1(1-2\sin^2\theta) - fx_2(1-2\sin^2\theta) - x_1x_2\sin 2\theta}$$

Per $\theta = 45^\circ$ si ha $2\sin^2\theta = 1$ e $\sin 2\theta = 1$; si ha dunque:

Coordinate di P' in Ω'

$z' = x = \xi_1$ $x' = z = z_1 - b$

Coordinate di P' in Ω_1

$\xi_2 = y' = z_1 - b$ $z_2 = x' + b = \xi_1 + b$

Immagine di P' in Ω_1

$\frac{h_2}{f} = \frac{\xi_2}{z_2 - f} = \frac{z_1 - b}{\xi_1 + b - f} \quad (1.3.5)$

Sistema di equazioni:

$$\frac{x}{z-f} = \frac{x_1}{f} \quad \frac{z-b}{x+b-f} = \frac{x_2}{f} \quad (1.3.6)$$

La soluzione del sistema è:

$$x = x_1 \frac{bf - f^2 - (b+f)x_2}{f^2 - x_1x_2} \quad (1.3.7)$$

$$z = f \frac{bf - (b+f)x_2 - x_1x_2}{f^2 - x_1x_2}$$

2. Determinazione della velocità

Nella ripresa televisiva, il segnale video prodotta da una telecamera è costituito da righe di scansione che coprono il campo di vista, raggruppate in quadri (frame) ricavati alla cadenza t_q , dipendente dalla categoria di telecamera impiegata: si ha dunque una sequenza di immagini della scena ricavate a intervalli di tempo costanti.

Per esempio, si consideri una singola vista dell'oggetto in esame, tale che la sua immagine sia un disco di diametro A , espresso in pixel. Se l'oggetto è statico, in ogni quadro la sua immagine risulta nitida e il baricentro dell'immagine è localizzato alle stesse coordinate x,y ; si ha dunque:

$$v_x = \frac{x_{n+1} - x_n}{\Delta t} = 0$$
$$v_y = \frac{y_{n+1} - y_n}{\Delta t} = 0$$
(2.1)

dove n è l'indice che individua il quadro e $\Delta t = t_q$.

Invece, se l'oggetto in esame è in movimento con velocità v , in ciascun semiquadro la sua immagine risulta essere in teoria una striscia di lunghezza $L \approx A + vt_s$. Poiché l'esposizione del sensore della telecamera è inferiore a quella ottenuta con un oggetto statico, il contrasto dell'immagine diminuisce; a seconda del valore del rapporto segnale/rumore sull'immagine acquisita è possibile entro certi limiti determinare il baricentro della striscia e calcolare ancora le velocità medie relative a intervalli di tempo t_s secondo la relazione 2.1: la precisione e l'attendibilità delle misure di coordinate, velocità e accelerazione decrescono all'aumentare di v .

Per ottenere immagini ferme di oggetti in movimento si può fare uso di telecamere ad alta velocità con otturatore elettronico: mediante l'otturatore elettronico il tempo di esposizione della telecamera può essere ridotto rispetto al valore standard CCIR; è necessario però che l'oggetto in esame emetta o rifletta la quantità di luce necessaria per ottenere immagini digitali di qualità sufficiente per la loro elaborazione.

In certi casi è possibile impiegare telecamere con standard CCIR ricorrendo a tecniche di illuminamento pulsato dell'oggetto in esame.

Nello standard CCIR il campo inquadrato dalla telecamera è scandito mediante $N = 625$ righe; se H è la dimensione verticale del campo, la coordinata dell' i -esima riga di scansione è data da $x_i = ip$,

$$\text{con } p = \frac{H}{N-1}.$$

Le righe sono raggruppate in due semiquadri, contenenti rispettivamente le righe dispari e le righe pari; il tempo impiegato per la lettura di ogni riga è $t_r = 64\mu s$, il tempo di semiquadro è $t_s = 20ms$.

Ogni cella del trasduttore optoelettronico è schematizzabile con un fotodiodo e un condensatore. Il fotodiodo produce la corrente I proporzionale al flusso luminoso incidente F e la corrente I carica il condensatore di capacità C ; ai capi di quest'ultimo si ha dunque la tensione $V = \frac{1}{C} \int I dt = k \int F dt$

In base alla riga di appartenenza, la cella viene letta soltanto nei semiquadri di tipo pari o dispari, col periodo di quadro $2t_s = 40ms$; il segnale video ottenuto nel semiquadro individuato dall'indice j al tempo $t = jt_s$ è determinato dall'esposizione della cella nell'intervallo temporale $((j-2)t_s, jt_s)$; si ha $V(j) = k \int_{(j-2)t_s}^{jt_s} F dt$

Se il flusso incidente sulla cella è costante, in ogni semiquadro si ottiene il segnale costante $V = 2kFt_s$, altrimenti si ottiene un segnale dipendente dall'esposizione successiva alla lettura del precedente semiquadro.

Si consideri nuovamente il disco che forma un'immagine di diametro A ; finché l'oggetto inquadrato rimane fermo con un estremo alla coordinata $x=0$, le righe di scansione con esposizione diversa da zero sono comprese nell'intervallo di estremi:

$$x_i = 0 \tag{2.2}$$

$$x_f = A$$

In ciascun semiquadro, di tipo pari o dispari, si hanno quindi n_0 righe, con:

$$n_0 = \frac{x_f - x_i}{2p} = \frac{A}{2p} \tag{2.3}$$

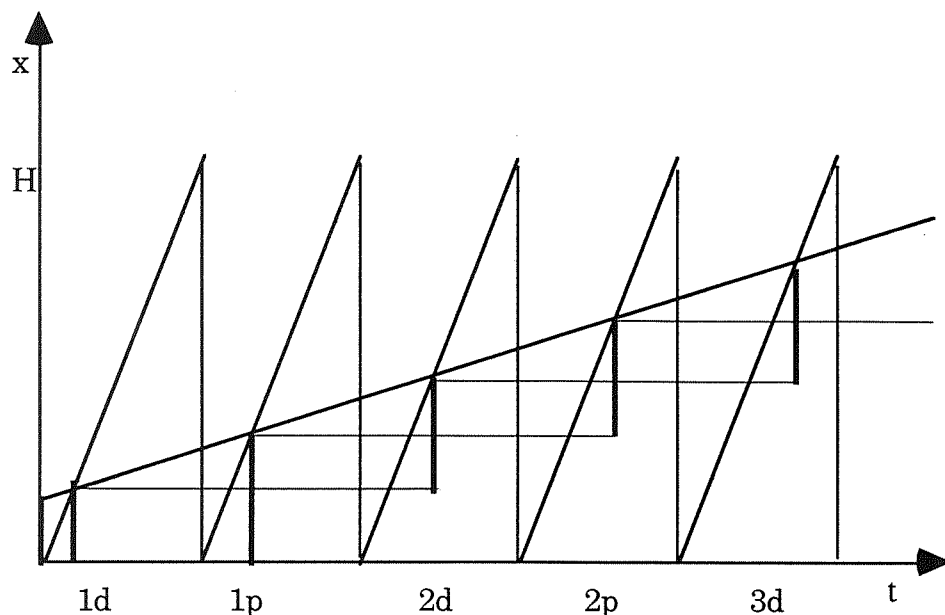


Fig. 2.1 Diagramma temporale relativo alla scansione di un oggetto in movimento

Si supponga che al tempo $t=0$, in coincidenza con l'inizio di un semiquadro, l'oggetto inizi a muoversi con velocità v nella direzione x perpendicolare alle righe di scansione delle telecamera. La cella del trasduttore alla coordinata x_j viene illuminata con un flusso costante soltanto nell'intervallo di tempo (t_i, t_f) , con:

$$t_i = \frac{x_j - A}{v} \tag{2.4}$$

$$t_f = \frac{x_j}{v} = t_i + \frac{A}{v}$$

Di conseguenza, la riga x_j conterrà l'immagine dell'oggetto solo nel semiquadro letto successivamente a t_f .

Per determinare le dimensioni delle immagini nei vari semiquadri si possono trascurare il tempo di ritorno della traccia di scansione e la durata degli impulsi di sincronismo del segnale video; si considerano la retta $x = A + vt$, associata al moto dell'oggetto e quindi all'esposizione del trasduttore, e le rette $x = \frac{H}{t_s} (t - jt_s) = v_r(t - jt_s)$, associate alle scansioni di semiquadro.

Supponendo che l'inizio del moto coincida con l'inizio di un semiquadro dispari, la prima retta di scansione interseca l'oggetto al tempo:

$$t_{1,2} = \frac{A}{v_r - v} \quad (2.5)$$

L'immagine dell'oggetto si estende dunque tra gli estremi:

$$x_{1,i} = 0 \quad (2.6)$$

$$x_{1,f} = vt_{1,2} = A \frac{v_r}{v_r - v}$$

In questo intervallo si hanno n_1 righe dispari, con:

$$n_1 = \frac{x_{1,f} - x_{1,i}}{2p} = \frac{A v_r}{2p(v_r - v)} = n_0 \frac{v_r}{v_r - v} \quad (2.7)$$

La lunghezza apparente dell'oggetto risulta quindi maggiore di quella misurata in condizioni statiche (vedi eq. 2.2, 2.3) e cresce all'aumentare della velocità v .

Nel successivo semiquadro pari l'estremo $t_{2,2}$ è determinato dall'intersezione tra la retta $x = A + vt$ e la retta $x = v_r(t - t_s)$; si ha:

$$t_{2,2} = \frac{A}{v_r - v} + \frac{v_r t_s}{v_r - v} \quad (2.8)$$

Si hanno quindi gli estremi:

$$x_{2,i} = 0 \quad (2.9)$$

$$x_{2,f} = vt_{2,2} = A \frac{v_r}{v_r - v} + \frac{v v_r t_s}{v_r - v}$$

In questo intervallo si hanno n_2 righe pari, con:

$$n_2 = \frac{x_{2,f} - x_{2,i}}{2p} = \frac{A v_r}{2p(v_r - v)} + \frac{v v_r t_s}{2p(v_r - v)} = n_1 + n_3 \quad (2.10)$$

Si ha dunque $n_2 \geq n_1$.

Nei semiquadri successivi i tempi $t_{j,2}$ sono dati dalle intersezioni delle rette di scansione $x = v_r(t-jt_s)$ con la retta $x = A+vt$; si ha dunque:

$$t_{j,2} = \frac{A}{v_r - v} + j \frac{v_r t_s}{v_r - v} \quad (2.11)$$

L'immagine dell'oggetto si estende tra gli estremi:

$$x_{j,i} = x_{j-2,f} = vt_{j-2,2} = A \frac{v_r}{v_r - v} + (j-2) \frac{v v_r t_s}{v_r - v} \quad (2.12)$$

$$x_{j,f} = vt_{j,2} = A \frac{v_r}{v_r - v} + j \frac{v v_r t_s}{v_r - v}$$

A regime, l'intervallo è costituito da n_4 righe, con:

$$n_4 = \frac{x_{j,f} - x_{j,i}}{2p} = 2 \frac{v v_r t_s}{2p(v_r - v)} = 2n_3 \quad (2.13)$$

Passando da un semiquadro al successivo si ottiene un'immagine della stessa lunghezza $L = x_{j,f} - x_{j,i} = \frac{v v_r}{v_r - v} 2t_s$, traslata della quantità $\frac{L}{2} = \frac{v v_r}{v_r - v} t_s$: di conseguenza, se sullo schermo TV viene rappresentato un quadro completo, costituito da un semiquadro dispari e uno pari, si ottiene un'immagine di lunghezza $\frac{3}{2}L$, coi valori di luminanza diversi da zero contenuti per un terzo nelle sole righe dispari, per un altro terzo nelle sole righe pari e per il rimanente in entrambe le righe.

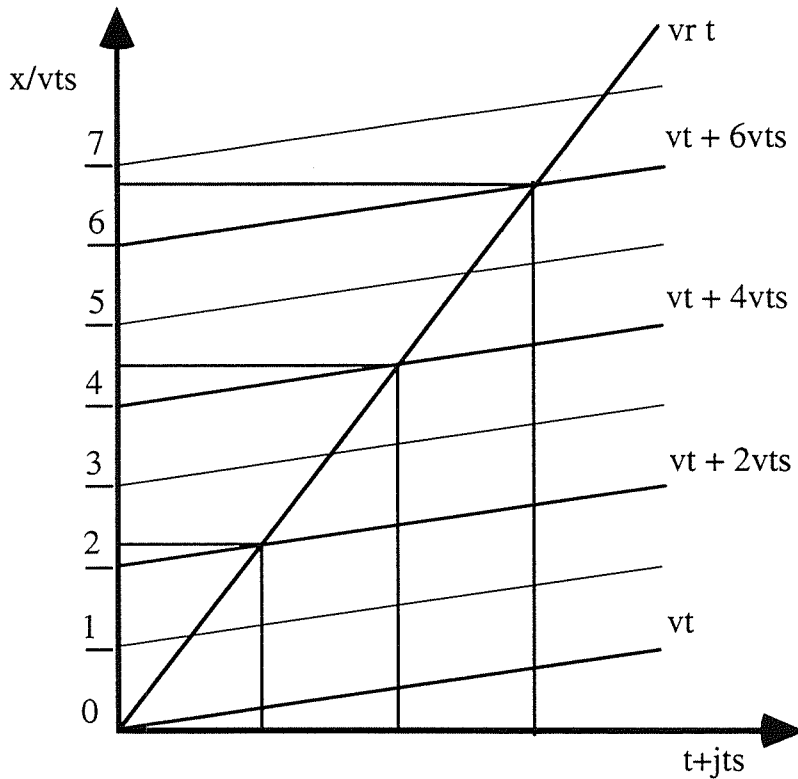


Fig. 2.2 Lunghezza delle immagini di un oggetto in movimento

Si consideri ora una sorgente che emetta impulsi di luce con durata T_1 e periodo T : l'immagine dell'oggetto in movimento viene allora esposta soltanto negli intervalli temporali $(mT, mT+T_1)$, in corrispondenza delle coordinate x_i all'interno degli intervalli $(mvT, mvT+vT_1)$. Di conseguenza, all'interno del tratto di lunghezza L determinato in precedenza, in ciascun semiquadro si ottengono P immagini di lunghezza L_1 , con:

$$L_1 = A + vT_1 \quad (2.14)$$

Si ha dunque:

$$n_5 = \frac{L_1}{2p} = \frac{A+vT_1}{2p} = n_0 + \frac{vT_1}{2p} \quad (2.15)$$

Il numero di immagini multiple per semiquadro è dato da:

$$P \approx \frac{x_{jf}-x_{ji}}{vT} = 2 \frac{v_r}{v_r-v} \frac{t_s}{T} = 2 \frac{t_s}{T} \frac{H}{H-vt_s} \geq 2 \frac{t_s}{T} \quad (2.16)$$

mentre il numero di immagini multiple per quadro è dato da:

$$P \approx \frac{3}{2} \frac{x_{jf} - x_{ji}}{vT} = 3 \frac{v_r}{v_r - v} \frac{t_s}{T} \geq 3 \frac{t_s}{T} \quad (2.17)$$

Per riassumere, illuminando con impulsi luminosi di durata T_1 e periodo T un disco di diametro A in movimento, in ciascun semiquadro si ottengono P immagini multiple acquisite alla cadenza T : fissati A e v , P è proporzionale alla frequenza della sorgente luminosa $f = \frac{1}{T}$, mentre, fissati A e T , P cresce all'aumentare di v .

In generale, la velocità media dell'oggetto nell'intervallo di tempo T tra due successivi impulsi luminosi è ricavabile dividendo per T il valore della distanza tra le due immagini corrispondenti alle due esposizioni successivii.

3. Verifica sperimentale

Le relazioni 1.1.4, 1.2.4 e 1.3.4, che consentono di determinare la posizione nello spazio di un punto a partire dalle coordinate di misura sulle immagini, sono valide solo in prima approssimazione; in una situazione reale, anche nel caso di immagini formate da raggi parassiali, le distorsioni geometriche degli obiettivi impiegati, la precisione della stima dei parametri di distanza e degli angoli degli elementi del sistema ottico di ripresa e la risoluzione della matrice digitale prodotta con l'acquisizione di immagini, limitano la precisione della determinazione della posizione dei punti esaminati.

Per valutare i risultati ottenibili in condizioni di lavoro è stata realizzata una struttura costituita da una telecamera AIS modello MX5 con un obiettivo Javelin Precision Optics TV Zoom e da uno specchio inclinato di 45 gradi rispetto all'asse ottico dell'obiettivo; la telecamera è collegata ad una scheda di acquisizione video Matrix PIP-1024 che contiene una memoria di 512×512 pixel.

L'oggetto esaminato è un LED, assimilabile a una sorgente puntiforme, in grado di essere spostato sulla superficie di una sfera; la telecamera riprende quindi le immagini del punto P corrispondente al LED e del punto P' corrispondente all'immagine virtuale del LED prodotta dallo specchio.

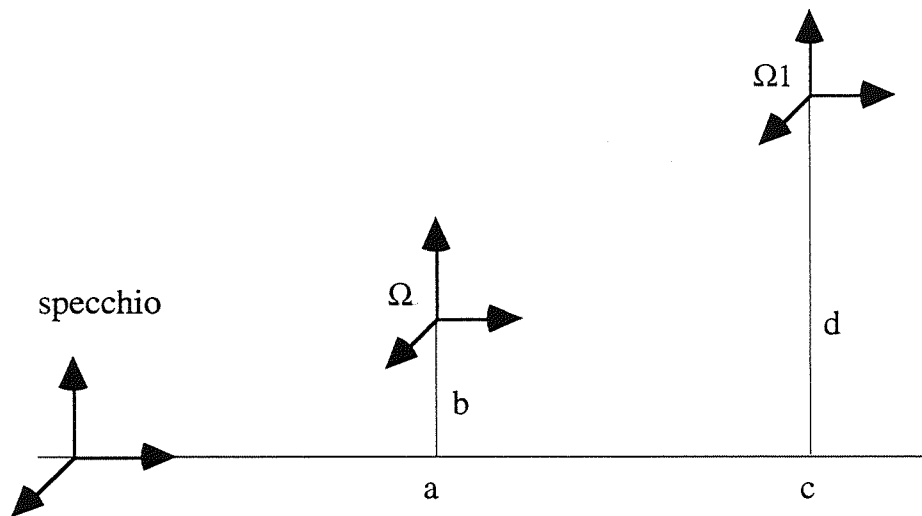


Fig. 3.1 Sistemi di riferimento usati nella sperimentazione

Sia $\Omega(x,y,z)$ il sistema di riferimento con origine nel centro della sfera; si ha:

Coordinate di P in Ω

$ \begin{aligned} P = \begin{cases} x = r \sin \varphi \\ y = r \cos \varphi \cos \theta \\ z = r \cos \varphi \sin \theta \end{cases} \end{aligned} $
--

dove θ è l'angolo di rotazione intorno all'asse x e φ è l'angolo di rotazione intorno all'asse y.

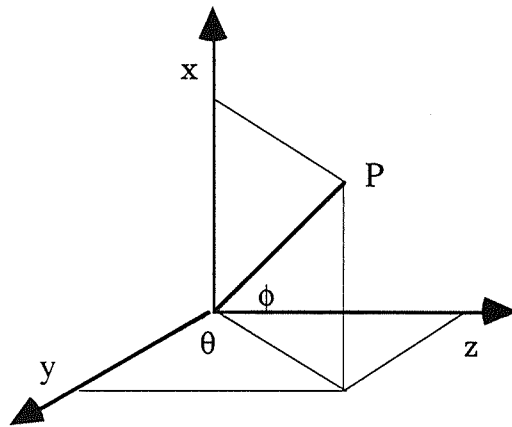


Fig. 3.2 Sistema di riferimento $\Omega(x,y,z)$.

Sia $\Omega_S(x_S,y_S,z_S)$ il sistema di riferimento traslato rispetto a $\Omega(x,y,z)$ e tale che lo specchio passi per l'asse y_S , formando un angolo di 45° con l'asse x_S ; si assume che i piani (xz) e $(x_S z_S)$ coincidano, e quindi, indicando con a e b le traslazioni relative agli assi z e x, si ha:

Coordinate di P in Ω_S

$ \begin{aligned} P = \begin{cases} x_S = x + b = r \sin \varphi + b \\ y_S = y = r \cos \varphi \cos \theta \\ z_S = z + a = r \cos \varphi \sin \theta + a \end{cases} \end{aligned} $
--

Sia P' il punto prodotto dalla riflessione speculare (cfr. par. 1.3): si ha:

Coordinate di P' in

Ω_S

$z_{S'} = z_S = z + a = r \cos \varphi \sin \theta + a$ $P' = y_{S'} = y_S = y = r \cos \varphi \cos \theta$ $z_{S'} = x_S = x + b = r \sin \varphi + b$
--

Sia $\Omega_1(\xi, \eta, z)$ il sistema di riferimento associato all'obiettivo, traslato rispetto a Ω_S ; si assume che i piani $(x_S z_S)$ e (ξz) coincidano, e quindi, indicando con c e d le traslazioni relative agli assi z_S e x_S , si ha:

Coordinate di P in Ω_1

$\xi_0 = x_S - d = x + (b-d) = r \sin \varphi + (b-d)$ $P = \eta_0 = y_S = y = r \cos \varphi \cos \theta$ $z_0 = z_S - c = z + (a-c) = r \cos \varphi \sin \theta + (a-c)$

Coordinate di P' in Ω_1

$\xi_{0'} = x_{S'} - d = z + (a-d) = r \cos \varphi \sin \theta + (a-d)$ $P' = \eta_{0'} = y_{S'} = y = r \cos \varphi \cos \theta$ $z_{0'} = z_{S'} - c = x + (b-c) = r \sin \varphi + (b-c)$
--

Nelle ipotesi fatte si ha dunque:

$$\begin{aligned} \xi_{0'} &= z_0 + (c-d) \\ \eta_{0'} &= \eta_0 \\ z_{0'} &= \xi_0 - (c-d) \end{aligned}$$

Le coordinate dei punti oggetto P_0 e delle rispettive immagini P_1 sono collegate dalle relazioni (1); si ha dunque:

Immagine di P

$\frac{\xi_1}{f} = \frac{\xi_0}{z_0 - f}$ $\frac{\eta_1}{f} = \frac{\eta_0}{z_0 - f}$ <div style="text-align: right; margin-top: 10px;">(4.1)</div>

Immagine di P'

$$\frac{\xi_2}{f} = \frac{\xi_0'}{z_0' - f} = \frac{z_0 + (c-d)}{\xi_0 - (c-d) - f} \quad (4.2)$$

$$\frac{\eta_2}{f} = \frac{\eta_0'}{z_0' - f} = \frac{\eta_0}{\xi_0 - (c-d) - f}$$

Posto $e=(c-d)$, le coordinate di P nel sistema di riferimento Ω_1 ricavate dalle misure sulle immagini sono date da:

$$\xi_0 = -\xi_1 \frac{(e+f)(f+\xi_2)}{f^2 - \xi_1 \xi_2}$$

$$\eta_0 = -\eta_1 \frac{(e+f)(f+\xi_2)}{f^2 - \xi_1 \xi_2} \quad (4.3)$$

$$z_0 = -f \frac{ef + e\xi_2 + f\xi_2 + \xi_1 \xi_2}{f^2 - \xi_1 \xi_2}$$

Per valutare il comportamento reale del sistema, il LED è stato spostato mantenendo costante l'angolo φ e variando l'angolo θ ; posto $k_1 = \sin\varphi$ e $k_2 = \cos\varphi$ si ha:

Coordinate di P in Ω_1

$$P = \begin{cases} \xi_0 = rk_1 + (b-d) \\ \eta_0 = rk_2 \cos\theta \\ z_0 = rk_2 \sin\theta + (a-c) \end{cases}$$

Coordinate di P' in Ω_1

$$P' = \begin{cases} \xi_0' = rk_2 \sin\theta + (a-d) \\ \eta_0' = rk_2 \cos\theta \\ z_0' = rk_1 + (b-c) \end{cases}$$

Se i sistemi di riferimento sono perfettamente allineati, l'obiettivo vede la sorgente luminosa che si sposta su una circonferenza di raggio rk_2 nel piano $\xi_0 = \text{cost}$, e l'immagine riflessa dallo specchio che si muove su una circonferenza di raggio rk_2 nel piano $z_0' = \text{cost}$. Si hanno dunque due immagini con le seguenti coordinate:

Immagine di P

$$\xi_1 = f \frac{rk_1+(b-d)}{rk_2\sin\theta+(a-c-f)}$$
$$\eta_1 = f \frac{rk_2\cos\theta}{rk_2\sin\theta+(a-c-f)}$$

Immagine di P'

$$\xi_2 = f \frac{rk_2\sin\theta+(a-d)}{rk_1+(b-c-f)}$$
$$\eta_2 = f \frac{rk_2\cos\theta}{rk_1+(b-c-f)}$$

Nell'apparato sperimentale le immagini sono state acquisite alle seguenti condizioni con l'obiettivo regolato alla focale $f \approx 22\text{mm}$:

distanza specchio-supporto	$a=200\text{mm}$
altezza supporto	$b=79\text{mm}$
distanza specchio-obiettivo	$c=1360\text{mm}$
altezza obiettivo	$d=173\text{mm}$
raggio di rotazione	$r=73\text{mm}$

Sostituendo i suddetti valori nelle equazioni di trasformazione delle coordinate e in 4.1, 4.2 si hanno le coordinate teoriche ξ, η date da:

Immagine di P

$$\xi_{1n} = 22 \frac{73 \sin\varphi + (79-173)}{73\cos\varphi\sin\theta_n+(200-1360-22)}$$
$$\eta_{1n} = 22 \frac{73\cos\varphi \cos\theta_n}{73\cos\varphi\sin\theta_n+(200-1360-22)}$$

Immagine di P'

$$\xi_{2n} = 22 \frac{73\cos\varphi \sin\theta_n+(200-173)}{73 \sin\varphi + (79-1360-22)}$$
$$\eta_{2n} = 22 \frac{73\cos\varphi \cos\theta_n}{73 \sin\varphi + (79-1360-22)}$$

L'angolo φ poteva assumere il valore 30° oppure 60° ; poiché $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = 0,866$ e $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = 0,5$, si ha:

Immagine di P per $\varphi=30^\circ$

$$\xi_{1n} = \frac{-1265}{63.22\sin\theta_n - 1182} \quad \eta_{1n} = \frac{1391\cos\theta_n}{63.22\sin\theta_n - 1182}$$

Immagine di P' per $\varphi=30^\circ$

$$\xi_{2n} = -\frac{1391\sin\theta_n + 594}{1266.5} \quad \eta_{2n} = -\frac{1391\cos\theta_n}{1266.5}$$

Immagine di P per $\varphi=60^\circ$

$$\xi_{1n} = \frac{1297}{36.5\sin\theta_n - 1182} \quad \eta_{1n} = \frac{803\cos\theta_n}{36.5\sin\theta_n - 1182}$$

Immagine di P' per $\varphi=60^\circ$

$$\xi_{2n} = -\frac{803\sin\theta_n + 594}{1240} \quad \eta_{2n} = -\frac{803\cos\theta_n}{1240}$$

Le tabelle I e II riportano i valori teorici delle coordinate delle immagini dei punti P e P' calcolati per incrementi di 30° dell'angolo θ ; la fig. 3.3 mostra il grafico corrispondente.

Le tabelle III e IV riportano i valori delle coordinate di misura delle immagini dei punti P e P': l'origine del sistema di riferimento Ω_1 corrisponde alle coordinate $i=j=255.5$, l'indice i corrisponde all'asse ξ e l'indice j all'asse η ; la fig. 3.4 mostra il grafico corrispondente.

Per ottenere dati i dati sperimentali nella stessa scala di quelli teorici, le coordinate di misura i_x e j_y sono state trasformate calcolando le regressioni lineari rispetto ai valori $\xi_{1n}, \eta_{1n}, \xi_{2n}, \eta_{2n}$. Usando le relazioni:

$$\begin{aligned} \xi &= a_V i_x + b_V \\ \eta &= a_H j_y + b_H \end{aligned}$$

Si è ottenuto:

$$\begin{aligned} a_V &= 0.0063 & b_V &= -1.546 \\ a_H &= 0.0086 & b_H &= -0.0411 \end{aligned}$$

Si hanno trasformazioni di coordinate con differenti fattori di scala poiché il segnale video emesso dalla telecamera segue lo standard CCIR e la memoria video ha forma quadrata; in particolare si ha $a_H/a_V \approx 1.33$.

Nelle tabelle V-VIII. sono riportati i valori delle coordinate calcolati in funzione di θ_n e quelli misurati sulle immagini digitali e trasformati secondo la relazione sopra riportata; la fig. 3.5 mostra i grafici corrispondenti.

Nelle tabelle IX-X. sono riportati i valori delle coordinate di P nel sistema di riferimento Ω_1 ricavate applicando le equazioni 4.3 ai dati delle tabelle V-VIII; la fig. 3.6 mostra il corrispondente grafico 3D.

θ_n	ξ_1	η_1	ξ_2	η_2
0	1.070	-1.177	-0.469	-1.052
30	1.100	-1.047	-1.017	-0.974
60	1.122	-0.617	-1.420	-0.570
120	1.122	0.616	-1.421	0.514
150	1.100	1.047	-1.019	0.926
180	1.070	1.177	-0.471	1.090
210	1.042	0.994	0.078	0.952
240	1.023	0.565	0.481	0.548
300	1.023	-0.559	0.484	-0.570
330	1.042	-0.991	0.082	-0.965

Tab. I Coordinate delle immagini dei punti P e P' calcolate per $\varphi=30^\circ$

θ_n	ξ_1	η_1	ξ_2	η_2
0	0.573	-0.680	-0.479	-0.648
30	0.582	-0.596	-0.803	-0.561
60	0.589	-0.349	-1.040	-0.324
120	0.589	0.349	-1.040	0.324
150	0.582	0.598	-0.803	0.561
180	0.573	0.680	-0.479	0.648
210	0.564	0.580	-0.155	0.561
240	0.558	0.331	0.082	0.324
300	0.558	-0.330	0.082	-0.323
330	0.564	-0.579	-0.154	-0.561

Tab. II Coordinate delle immagini dei punti P e P' calcolate per $\varphi=60^\circ$

θ_n	i_1	j_1	i_2	j_2
0	-132.5	192.5	-117.5	-47.5
30	-116.5	197.5	-108.5	-139.5
60	-65.5	202.5	-61.5	-205.5
120	75.5	207.5	64.5	-208.5
150	127.5	203.5	112.5	-142.5
180	143.5	196.5	131.5	-51.5
210	123.5	192.5	115.5	40.5
240	73.5	186.5	68.5	107.5
300	-64.5	183.5	-61.5	108.5
330	-111.5	186.5	-107.5	42.5

Tab. III Coordinate delle immagini dei punti P e P' misurate per $\varphi=30^\circ$

θ_n	i_1	j_1	i_2	j_2
0	-76.5	113.5	-73.5	-47.5
30	-66.5	115.5	-63.5	-101.5
60	-27.5	116.5	-27.5	-136.5
120	44.5	116.5	39.5	-144.5
150	75.5	115.5	68.5	-106.5
180	85.5	114.5	80.5	-50.5
210	73.5	110.5	71.5	4.5
240	45.5	110.5	43.5	44.5
300	-36.5	110.5	-34.5	45.5
330	-54.5	110.5	-63.5	5.5

Tab. IV Coordinate delle immagini dei punti P e P' misurate per $\varphi=60^\circ$

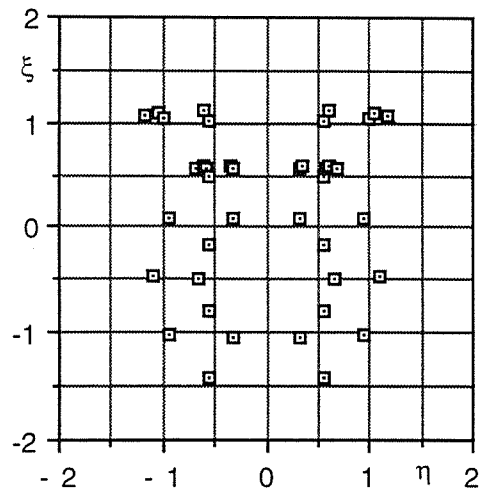


Fig. 3.3 Grafico dei valori teorici di tabella I-II; le scale sono quotate in mm.

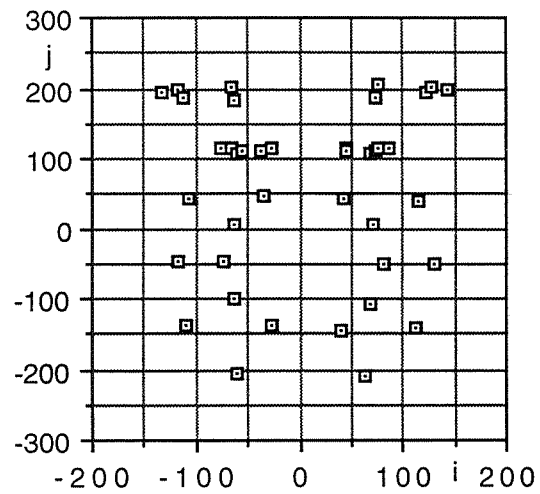


Fig. 3.4 Grafico dei valori sperimentali di tabella III-IV; le scale sono quotate in pixel.

θ_n	ξ_1 calc.	ξ_1 mis.	η_1 calc.	η_1 mis.
0	1.070	1.058	-1.177	-1.180
30	1.100	1.089	-1.047	-1.043
60	1.122	1.121	-0.617	-0.604
120	1.122	1.152	0.616	0.608
150	1.100	1.127	1.047	1.055
180	1.070	1.083	1.177	1.193
210	1.042	1.058	0.994	1.021
240	1.023	1.020	0.565	0.591
300	1.023	1.001	-0.559	-0.596
330	1.042	1.020	-0.991	-1.000

Tab. V Coordinate relative alle immagini del punto P per $\varphi = 30^\circ$

θ_n	ξ_2 calc.	ξ_2 mis.	η_2 calc.	η_2 mis.
0	-0.469	-0.454	-1.098	-1.052
30	-1.017	-1.034	-0.951	-0.974
60	-1.420	-1.450	-0.549	-0.570
120	-1.421	-1.469	0.548	0.514
150	-1.019	-1.053	0.951	0.926
180	-0.471	-0.479	1.098	1.090
210	0.078	0.100	0.952	0.952
240	0.481	0.522	0.551	0.548
300	0.484	0.529	-0.546	-0.570
330	0.082	0.113	-0.950	-0.965

Tab. VI Coordinate relative alle immagini del punto P' per $\varphi = 30^\circ$

θ_n	ξ_1 calc.	ξ_1 mis.	η_1 calc.	η_1 mis.
0	0.573	0.560	-0.680	-0.699
30	0.582	0.573	-0.596	-0.613
60	0.589	0.579	-0.349	-0.277
120	0.589	0.579	0.349	0.342
150	0.582	0.573	0.598	0.608
180	0.573	0.566	0.680	0.694
210	0.564	0.541	0.580	0.591
240	0.558	0.541	0.331	0.350
300	0.558	0.541	-0.330	-0.355
330	0.564	0.541	-0.579	-0.510

Tab. VII Coordinate relative alle immagini del punto P per $\varphi = 60^\circ$

θ_n	ξ_2 calc.	ξ_2 mis.	η_2 calc.	η_2 mis.
0	-0.479	-0.454	-0.648	-0.673
30	-0.803	-0.794	-0.561	-0.587
60	-1.040	-1.015	-0.324	-0.277
120	-1.040	-1.065	0.324	0.299
150	-0.803	-0.826	0.561	0.548
180	-0.479	-0.473	0.648	0.651
210	-0.155	-0.127	0.561	0.574
240	0.082	0.125	0.324	0.333
300	0.082	0.132	-0.323	-0.338
330	-0.154	-0.120	-0.561	-0.587

Tab. VIII Coordinate relative alle immagini del punto P' per $\varphi = 60^\circ$

θ_n	ξ_0 calc.	ξ_0 mis.	η_0 calc.	η_0 mis.	z_0 calc.	z_0 mis.
0	-57.50	-56.89	63.22	63.44	-1160.00	-1160.88
30	-57.50	-56.90	54.76	54.50	-1128.39	-1127.50
60	-57.50	-54.35	31.62	30.90	-1105.25	-1103.54
120	-57.50	-58.87	-31.59	-31.07	-1105.23	-1102.34
150	-57.50	-58.82	-57.50	-55.06	-1128.36	-1126.31
180	-57.50	-58.16	-63.22	-64.09	-1159.96	-1160.35
210	-57.50	-58.42	-54.77	-56.38	-1191.57	-1179.85
240	-57.50	-57.45	-31.65	-33.28	-1214.72	-1194.03
300	-57.50	-56.39	31.56	33.58	-1214.78	-1194.43
330	-57.50	-56.35	54.72	55.25	-1191.67	-1180.24

Tab. IX Coordinate del punto P per $\varphi = 30^\circ$

θ_n	ξ_0 calc.	ξ_0 mis.	η_0 calc.	η_0 mis.	z_0 calc.	z_0 mis.
0	-30.78	-30.12	36.51	37.60	-1160.00	-1161.43
30	-30.78	-30.32	31.62	32.44	-1141.75	-1142.27
60	-30.78	-30.31	18.26	14.50	-1128.38	-1129.82
120	-30.78	-30.24	-18.24	-17.86	-1128.37	-1127.01
150	-30.78	-30.28	-31.61	-32.13	-1141.73	-1140.47
180	-30.78	-30.42	-36.51	-37.30	-1159.98	-1159.58
210	-30.78	-29.55	-31.63	-32.29	-1178.23	-1178.13
240	-30.78	-29.90	-18.28	-19.35	-1191.61	-1191.60
300	-30.78	-29.91	18.22	19.63	-1191.64	-1191.94
330	-30.78	-29.56	31.60	27.87	-1178.29	-1178.47

Tab. X Coordinate del punto P per $\varphi = 60^\circ$

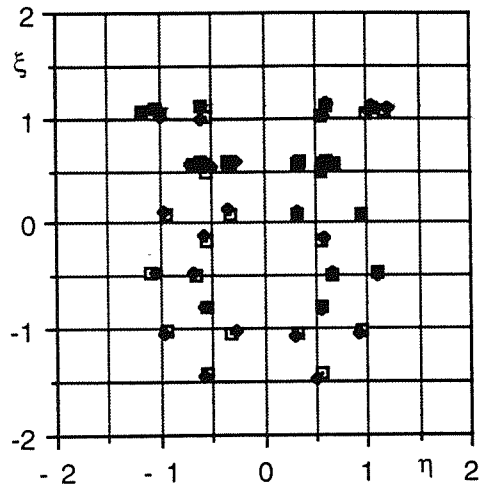


Fig. 3.5 Grafico delle coordinate teoriche e delle coordinate di misura corrette di tabella V-VIII.

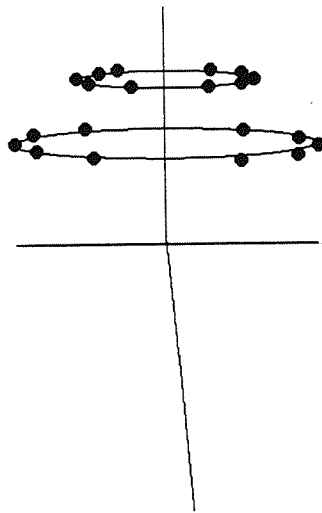


Fig. 3.6 Grafico 3D delle coordinate spaziali dei punti P ricostruite dalle coordinate teoriche e delle coordinate di misura sulle immagini.

Conclusioni

Mediante una telecamera e uno specchio è possibile determinare la posizione nello spazio di un punto elaborando le coordinate della immagine diretta del punto e dell'immagine del punto riflesso dallo specchio; di conseguenza, si possono determinare le coordinate spaziali di un insieme di punti, oppure di un oggetto non puntiforme, a condizione che gli oggetti da determinare compaiano contemporaneamente nell'immagine diretta e in quella riflessa.

La precisione di misura ottenibile con questa configurazione dipende dall'accuratezza delle misure relative alle traslazioni ed alle rotazioni dei componenti impiegati; per esempio, se si vogliono impiegare le formule di calcolo relative a uno specchio a 45 gradi, si deve regolare con precisione l'inclinazione dello specchio rispetto all'asse ottico dell'obiettivo e si deve determinare con esattezza la coordinata di intersezione dello specchio sull'asse ottico.

Una volta che sono state eseguite correttamente le regolazioni di tipo meccanico, se l'obiettivo non introduce distorsioni geometriche la precisione di misura dipende in primo grado dalla risoluzione della memoria video usata per l'acquisizione delle immagini digitali. Poiché la memoria video deve contenere sia l'immagine diretta che quella riflessa, usando una memoria di dimensione $N \times N$ la risoluzione di misura vale $Nh/2$, dove h è l'altezza del campo inquadrato: al fine di ottimizzare la precisione di misura è dunque opportuno regolare il campo di vista in modo da farlo sostanzialmente coincidere con l'escursione presunta dell'oggetto da esaminare: ovviamente, in questo caso si devono determinare di volta in volta i valori della focale dell'obiettivo e della distanza dallo specchio.

Se si deve esaminare un oggetto in movimento lungo una traiettoria che non è nota a priori, il fuoco dell'obiettivo dev'essere regolato su una posizione fissa e si possono quindi ottenere delle immagini più o meno sfocate. Entro certi limiti, questo inconveniente non provoca peggioramenti delle prestazioni del sistema: in condizioni di sfocatura limitata l'immagine di un punto è costituita da una macchia simmetrica e si possono determinare abbastanza agevolmente le coordinate di misura del baricentro di essa: si può assumere una precisione di misura pari ad un paio di pixel dell'immagine digitale.

Gli inconvenienti causati dalla velocità dell'oggetto in esame possono essere superati impiegando telecamere ad alta velocità, che consentono di ottenere un numero di semiquadri superiori a 50/s, a scapito di una diminuzione della risoluzione dell'immagine digitale e di un aumento dei costi relativi sia alla telecamera stessa che alla scheda di acquisizione video. Per esempio, in base alla risoluzione necessaria, si possono impiegare le telecamere:

Dalsa CA-D2-0512, da 50 quadri/s con cui si ottengono immagini digitali di 512×512 pixel;

Dalsa CA-D1, 220 quadri/s, 256×256 pixel;

Reticon MC4256, 500 quadri/s, 256×256 pixel;

Reticon MC9256, 105 quadri/s, 256×256 pixel;

In alternativa, si può impiegare una telecamera CCIR ricorrendo alla tecnica di esposizione multipla descritta nel cap. 2, che può essere peraltro usata con qualsiasi tipo di telecamera.

In questo caso, al fine di individuare con maggiore facilità le immagini ottenute ai differenti tempi di esposizione, è opportuno che gli impulsi di illuminamento siano sincronizzati con la telecamera di ripresa. L'evento da esaminare risulta dunque così costituito da:

- lo stimolo, sincronizzato col sincronismo di quadro, che determina l'origine per il conteggio del tempo;
- il tempo di attesa t_a , in cui non si ha risposta allo stimolo;
- la risposta allo stimolo, corrispondente al movimento del punto;
- l'arrivo al bersaglio al tempo t_f .

Il sistema per l'acquisizione e l'elaborazione dei dati deve dunque comprendere:

- un'interfaccia di I/O per la generazione del segnale di stimolo e per l'acquisizione dell'impulso di arrivo;
- un circuito per il pilotaggio della sorgente luminosa puntiforme, eventualmente sincronizzata col segnale video.

Ciascun quadro TV contiene l'immagine diretta della sorgente luminosa e quella riflessa dallo specchio: nel caso di esposizione multipla si hanno due insiemi di immagini puntiformi, e di

conseguenza l'elaborazione dei dati consiste sostanzialmente nell'individuare le coppie di punti corrispondenti alla stessa esposizione e nel determinarne le coordinate. Se questa elaborazione può essere eseguita in tempo reale, è sufficiente che il sistema sia dotato di una memoria video in grado di contenere un singolo quadro, cioè con la capacità di 0.25MB; altrimenti, poiché la durata del tempo di attesa t_a non è noto a priori, è necessario avere la possibilità di immagazzinare le immagini relative all'intervallo temporale $(0, t_f)$. In questo caso si hanno due possibilità:

- registrazione analogica del segnale video, e successiva digitalizzazione sequenziale dei singoli quadri, utilizzando ancora una memoria video di 0.25MB per l'immagazzinamento dei dati;
- registrazione digitale del segnale video, utilizzando una memoria video di capacità $t_f/40\text{ms}$.