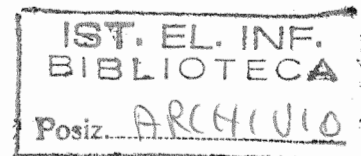




Consiglio Nazionale delle Ricerche

ISTITUTO DI
ELABORAZIONE DELLA
INFORMAZIONE

Pisa



*Contratto di collaborazione tecnico-scientifica
Alenia-GAT/IEI-CNR*

Scansione a ultrasuoni di campioni poliedrici

Edoardo Bozzi, Massimo Chimenti

Nota Interna B4-10

Maggio 1993

Contratto di collaborazione tecnico-scientifica
Alenia-GAT/IEI-CNR

Scansione a ultrasuoni di campioni poliedrici

Edoardo Bozzi, Massimo Chimenti

Istituto di Elaborazione della Informazione-CNR

Introduzione

Per eseguire una scansione a ultrasuoni con sonda focalizzata è necessario che in ogni punto di misura la sonda sia perpendicolare alla superficie del campione e a distanza costante e prefissata da esso [1]; di conseguenza, per determinare la traiettoria che l'estremità della sonda deve seguire durante la scansione è necessario specificare di volta in volta sia una posizione, cioè le coordinate x, y, z , di un punto, sia un orientamento, cioè l'inclinazione di un vettore di cui il punto terminale della sonda costituisce un'estremità; gli angoli che definiscono l'orientamento e le coordinate che specificano la posizione sono riferiti agli assi del sistema di riferimento del dispositivo di scansione.

Nei casi estremi di campioni con forme complicate l'orientamento può variare per ciascun punto di misura [2], ma in generale la superficie del campione è, almeno per una limitata estensione, piana, e di conseguenza la scansione complessiva può essere ricondotta ad una successione di scansioni di aree rettangolari su superfici piane: in ciascuna area la scansione è costituita dalla traslazione della sonda con orientamento costante lungo segmenti di eguale lunghezza e equidistanti.

La scansione di un campione di tipo poliedrico comporta quindi le seguenti operazioni:

- individuare le singole facce del campione;
- determinare l'orientamento del piano passante per la faccia da scandire rispetto al sistema di riferimento;
- determinare le posizioni dei punti di inizio e di fine scansione sulla faccia.

1. Orientamento di un piano in funzione di due angoli

Dato un sistema di riferimento $\Omega(x,y,z)$, l'intersezione di un generico piano π col piano definito dagli assi xz è ottenuta risolvendo il sistema di equazioni lineari:

$$\begin{aligned} ax + by + cz + d &= 0 \\ y &= 0 \end{aligned} \tag{1.1}$$

da cui si ottiene:

$$ax + cz + d = 0 \tag{1.2}$$

La 1.2 è l'equazione di una retta nel piano xz e può essere espressa nella forma:

$$z = m_1x + c_1 \tag{1.3}$$

con:

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{-a}{c} \\ c_1 &= \frac{-d}{c} \end{aligned} \tag{1.4}$$

Da 1.3 e 1.4 si ricava l'angolo α tra la retta di intersezione e l'asse x ; si ha:

$$\alpha = \text{arc tg } m_1 \tag{1.5}$$

In modo analogo l'intersezione di π col piano definito dagli assi yz di Ω è data dal sistema:

$$\begin{aligned} ax + by + cz + d &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned} \tag{1.6}$$

risolvendo il quale si ottiene l'equazione della retta nel piano yz :

$$z = m_2 y + c_2 \quad (1.7)$$

con:

$$\begin{aligned} m_2 &= \frac{-b}{c} \\ c_2 &= \frac{-d}{c} \end{aligned} \quad (1.8)$$

L'angolo di intersezione β rispetto all'asse y è dato da:

$$\beta = \text{arc tg } m_2 \quad (1.9)$$

Di conseguenza, un generico piano π può essere definito in funzione dei due angoli α e β che esso forma intersecando i piani $y=0$ e $x=0$ del sistema di riferimento Ω (v. eq. 1.5, 1.9) e dell'intersezione tra esso e l'asse z (v. eq. 1.4 o 1.8).

2. Rotazioni del sistema di riferimento principale

Dato un sistema di riferimento $\Omega(x,y,z)$, si consideri il sistema rigido solidale con l'origine O di Ω e costituito da un punto T sul piano xy , definito da:

$$T = \begin{cases} x = x_i \\ y = y_i \\ z = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

e da due punti Q e S sulla perpendicolare al piano xy passante per T , definiti rispettivamente da:

$$Q = \begin{cases} x = x_i \\ y = y_i \\ z = z_i \end{cases} \quad (2.2)$$

$$S = \begin{cases} x = x_i \\ y = y_i \\ z = z_s \end{cases} \quad (2.3)$$

dove $z_s = z_i - L$, e $L = (Q,S)$ è la lunghezza del segmento QS ; QS è normale al piano xy .

Eseguendo una rotazione di un angolo α intorno all'asse y di Ω si ottiene il sistema di riferimento $\Omega_1(x',y',z')$, con gli assi x' e z' nel piano xz e l'asse y' coincidente con l'asse y di Ω . Nel sistema di riferimento iniziale le coordinate dei punti T_1 , Q_1 e S_1 , corrispondenti alle posizioni di T , Q e S dopo la rotazione, sono ottenute considerando le proiezioni di essi sui piani xz (v. fig.2.1) e yz ; si ha:

$$T_1 = \begin{cases} x = x_i \cos\alpha \\ y = y_i \\ z = -x_i \sin\alpha \end{cases} \quad (2.4)$$

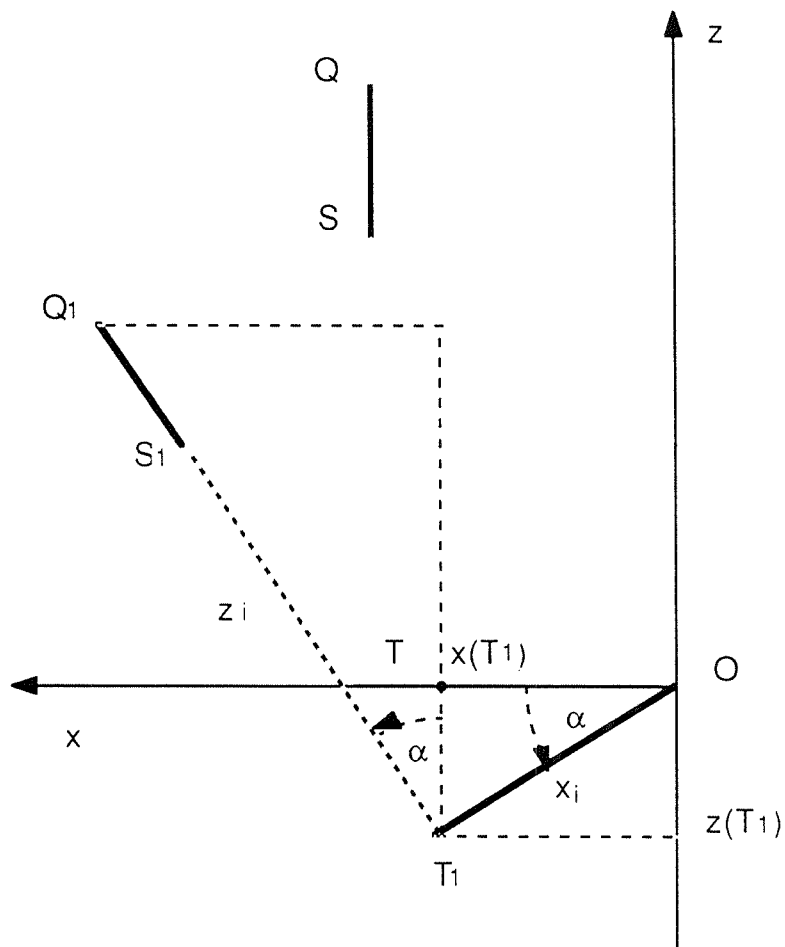


Fig. 2.1: Rotazione del sistema rigido individuato dai punti Q, S, T intorno all'asse y del sistema di riferimento principale $\Omega(x, y, z)$. Le proiezioni dei punti Q, S, T sul piano xy vengono usate per ricavare le equazioni 2.4 - 2.16 del testo.

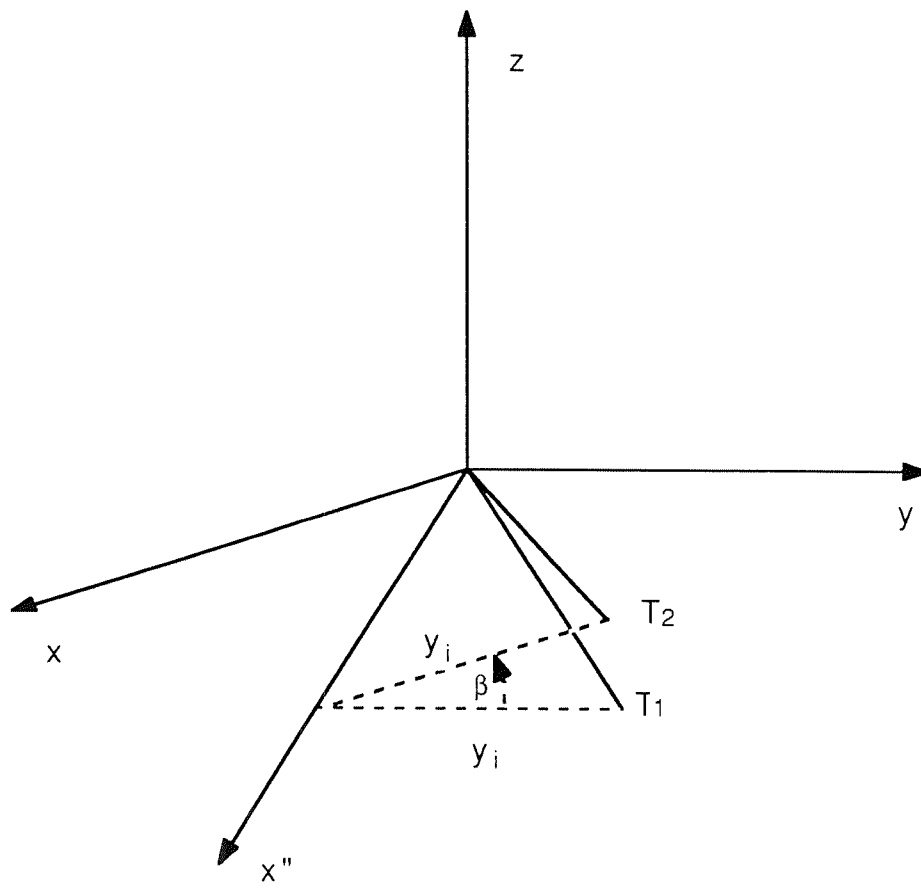


Fig. 2.2: Rotazione del punto T intorno all'asse x' del sistema di riferimento $\Omega(x',y',z')$ ottenuto per rotazione del sistema $\Omega(x,y,z)$. In figura viene mostrato l'angolo β usato nelle equazioni 2.10 -2.16.

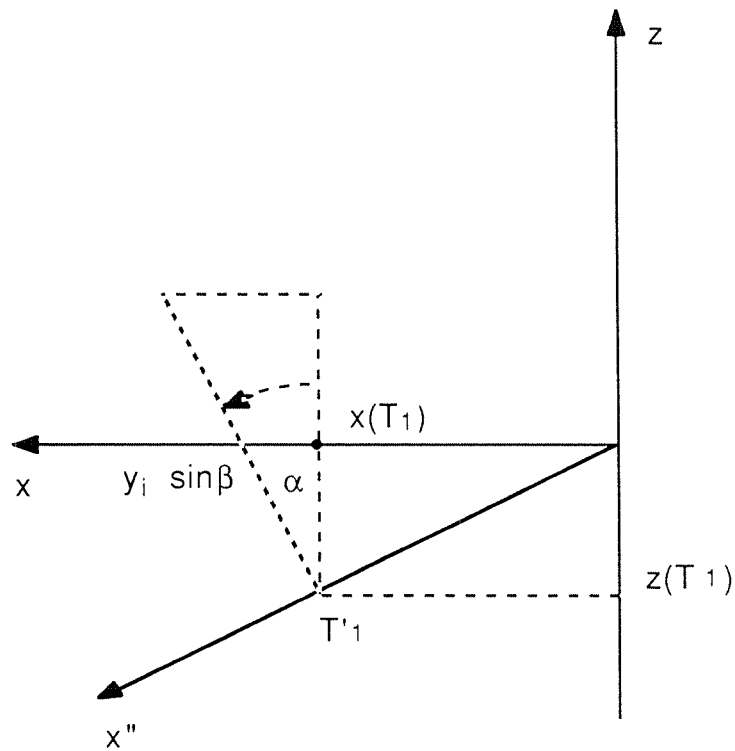


Fig. 2.3: Coordinate di T'_1 rispetto al sistema di riferimento principale $\Omega(x,y,z)$ usate nelle equazioni 2.10-2.16.

$$\begin{aligned}
 x &= x(T_1) + z_i \sin\alpha = x_i \cos\alpha + z_i \sin\alpha \\
 Q_1 = y &= y_i \\
 z &= z(T_1) + z_i \cos\alpha = -x_i \sin\alpha + z_i \cos\alpha
 \end{aligned}
 \tag{2.5}$$

$$\begin{aligned}
 x &= x(T_1) + z_s \sin\alpha = x_i \cos\alpha + z_s \sin\alpha \\
 S_1 = y &= y_i \\
 z &= z(T_1) + z_s \cos\alpha = -x_i \sin\alpha + z_s \cos\alpha
 \end{aligned}
 \tag{2.6}$$

Per tutti i punti considerati la coordinata y rimane dunque invariata mentre le coordinate x e z cambiano in funzione dell'angolo di rotazione α . I punti T_1 , Q_1 , e S_1 rimangono a distanza costante dall'origine O e le proiezioni sul piano xz appartengono a circonferenze con centro in O ; si ha infatti:

$$T_1: \quad x^2 + z^2 = x_i^2 \tag{2.7}$$

$$Q_1: \quad x^2 + z^2 = x_i^2 + z_i^2 \tag{2.8}$$

$$S_1: \quad x^2 + z^2 = x_i^2 + z_s^2 \tag{2.9}$$

Eseguendo una rotazione di un angolo β intorno all'asse x' di Ω_1 si ottiene il sistema di riferimento $\Omega_2(x'',y'',z'')$, con l'asse x'' coincidente con l'asse x' di Ω_1 . Nel sistema di riferimento iniziale le coordinate dei punti T_2 , Q_2 e S_2 , corrispondenti alle posizioni di T_1 , Q_1 e S_1 dopo la rotazione, sono ottenute ancora considerando le proiezioni di essi sui piani xz e yz . Per il punto T_2 si ha (v. fig. 2.2 e 2.3):

$$\begin{aligned}
 x &= x(T_1) + y_i \sin\beta \sin\alpha = x_i \cos\alpha + y_i \sin\beta \sin\alpha \\
 T_2 = y &= y(T_1) \cos\beta = y_i \cos\beta \\
 z &= z(T_1) + y_i \sin\beta \cos\alpha = -x_i \sin\alpha + y_i \sin\beta \cos\alpha
 \end{aligned}
 \tag{2.10}$$

Per determinare le coordinate del punto Q_2 si considera il segmento $r_1=(Q,T'_1)$ che congiunge Q con la proiezione di T_1 sull'asse x' (v. fig. 2.4): la lunghezza di r_1 rimane costante durante la rotazione intorno all'asse x' e si ha dunque $r_1=(Q_2,T'_1)$.

Si considera inoltre l'angolo iniziale β_0 tra l'asse z e il segmento r_1 , che ha il verso opposto a quello dell'angolo di rotazione β , come indicato in figura; si ha:

$$\begin{aligned}\sin\beta_0 &= \frac{y_i}{r_1} \\ \cos\beta_0 &= \frac{z_i}{r_1}\end{aligned}\quad (2.11)$$

Si ottiene quindi:

$$\begin{aligned}x &= x(T_1) + r'_1 \sin\alpha = x_i \cos\alpha + r_2 \sin\alpha \\ Q_2 = y &= r_1 \sin(\beta_0 - \beta) \\ z &= z(T_1) + r'_1 \cos\alpha = -x_i \sin\alpha + r_2 \cos\alpha\end{aligned}\quad (2.12)$$

dove si è indicato con r'_1 la proiezione di r_1 sul piano xz (v. fig.2.5); si ha:

$$r_2 = r_1 \cos(\beta_0 - \beta) \quad (2.13)$$

Considerando le identità:

$$\begin{aligned}\cos(\beta_0 - \beta) &= \cos\beta_0 \cos\beta + \sin\beta_0 \sin\beta \\ \sin(\beta_0 - \beta) &= \sin\beta_0 \cos\beta - \cos\beta_0 \sin\beta\end{aligned}\quad (2.14)$$

e sostituendo 2.11, 2.13 e 2.14 in 2.12 si ottiene:

$$\begin{aligned}x &= x_i \cos\alpha + y_i \sin\beta \sin\alpha + z_i \cos\beta \sin\alpha \\ Q_2 = y &= y_i \cos\beta - z_i \sin\beta \\ z &= -x_i \sin\alpha + y_i \sin\beta \cos\alpha + z_i \cos\beta \cos\alpha\end{aligned}\quad (2.15)$$

Procedendo in modo analogo si ottengono le nuove coordinate del punto S_2 ; si ha:

$$\begin{aligned}x &= x_i \cos\alpha + y_i \sin\beta \sin\alpha + z_s \cos\beta \sin\alpha \\ S_2 = y &= y_i \cos\beta - z_s \sin\beta \\ z &= -x_i \sin\alpha + y_i \sin\beta \cos\alpha + z_s \cos\beta \cos\alpha\end{aligned}\quad (2.16)$$

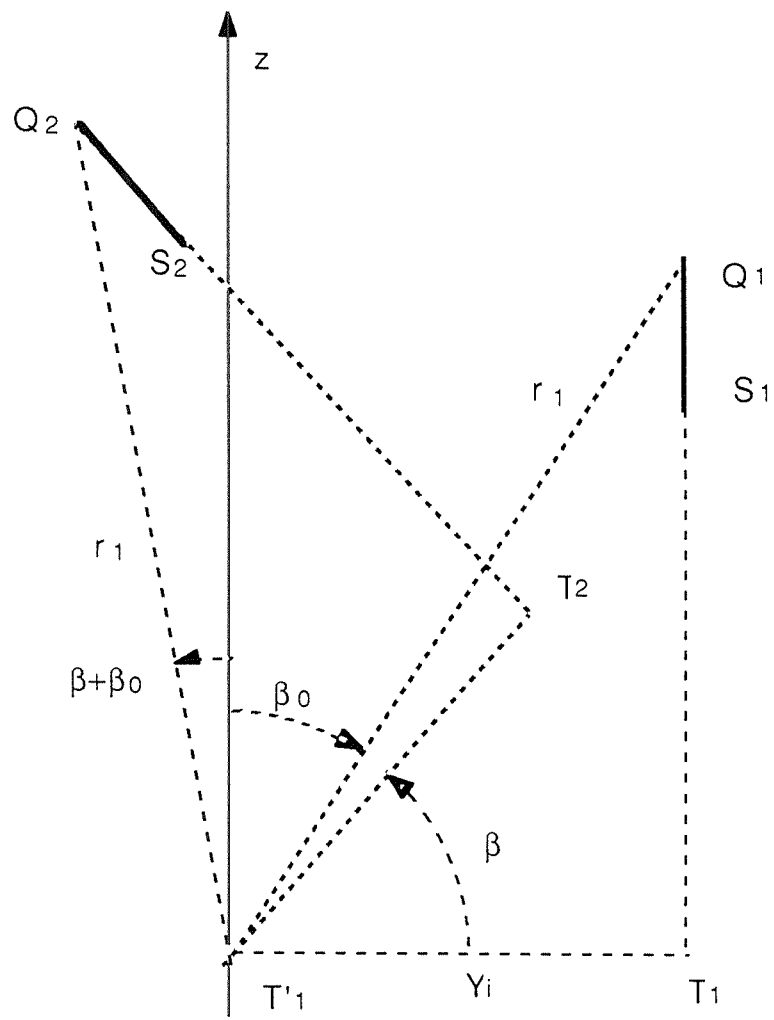


Fig. 2.4: Angoli di rotazione rispetto all'asse x' e segmenti usati per determinare i parametri dell'equazione 2.12.

Le relazioni precedenti possono essere espresse in forma matriciale. Un generico punto $P(x,y,z)$ è definito dal vettore V di dimensione 3×1 :

$$V = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

e la rotazione di angolo α intorno all'asse y è definita dalla matrice M_α di dimensione 3×3 :

$$M_\alpha = \begin{pmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

Il punto P_1 ottenuto mediante la rotazione è definito dal vettore V_1 ottenuto tramite il prodotto righe per colonne:

$$V_1 = M_\alpha V \quad (2.19)$$

Per $\alpha=0$ la matrice M_α diventa una matrice identità e quindi si ha $V_1=V$; altrimenti, sostituendo a V le coordinate iniziali definite in 2.1, 2.2 e 2.3 si ottengono rispettivamente le coordinate definite in 2.4, 2.5 e 2.6.

La rotazione intorno all'asse x di un sistema di riferimento è definita da:

$$M_\beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta & -\sin\beta \\ 0 & \sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

e quindi la trasformazione di coordinate per rotazioni successive di angoli α e β è definita da:

$$V_2 = M_\beta M_\alpha V = M V \quad (2.21)$$

dove si è indicato con M il prodotto righe per colonne tra M_β e M_α ; si ha:

$$M = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\beta \sin\alpha & \cos\beta \sin\alpha \\ 0 & \cos\beta & -\sin\beta \\ -\sin\alpha & \sin\beta \cos\alpha & \cos\beta \cos\alpha \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

Sostituendo nell'equazione 2.21 i valori delle coordinate iniziali dei punti date in 2.1, 2.2 e 2.2 e usando la definizione 2.22 si ottengono rispettivamente le coordinate finali ricavate in 2.10, 2.15 e 2.16.

Sottraendo la 2.3 dalla 2.16 si ottiene:

$$\begin{aligned} \Delta x &= x_i (\cos\alpha - 1) + y_i \sin\beta \sin\alpha + z_s \cos\beta \sin\alpha \\ \Delta y &= y_i (\cos\beta - 1) - z_s \sin\beta \\ \Delta z &= -x_i \sin\alpha + y_i \sin\beta \cos\alpha + z_s (\cos\beta \cos\alpha - 1) \end{aligned} \quad (2.23)$$

La 2.23 definisce la variazione delle coordinate del punto S in seguito alle due rotazioni del sistema di riferimento: di conseguenza, una volta eseguite le rotazioni, se si effettua la traslazione definita da $-\Delta x$, $-\Delta y$, $-\Delta z$ il punto S viene riportato alle coordinate iniziali.

Durante le rotazioni, il segmento QS rimane parallelo all'asse z del sistema di riferimento. All'inizio, QS è perpendicolare al piano xy; dopo la rotazione di angolo α intorno all'asse y, l'asse z' del nuovo sistema di riferimento forma con l'asse z iniziale un angolo α nel piano xz: di conseguenza, QS è perpendicolare alle rette nel piano xz inclinate di angolo α rispetto all'asse x. Con la rotazione di angolo β intorno all'asse x', z' ruota nel piano yz' e si ottiene il nuovo asse z'' che forma un angolo β con l'asse z'. Per determinare l'angolo tra la proiezione di z'' sul piano yz e l'asse iniziale z si considera un punto P sull'asse z'', a distanza r dall'origine O di $\Omega(x,y,z)$ (v. fig.2.6). La proiezione di P su z' è a distanza $r \cos\beta$ da O, e la successiva proiezione sull'asse z individua un punto a distanza $r \cos\beta \cos\alpha$ da O; la proiezione di P sull'asse y vale invece $r \sin\beta$. L'angolo tra la proiezione di z'' sul piano yz e l'asse z è dunque dato da (v. fig.2.7):

$$r \cos\beta \cos\alpha \operatorname{tg}\beta' = r \sin\beta \quad (2.24)$$

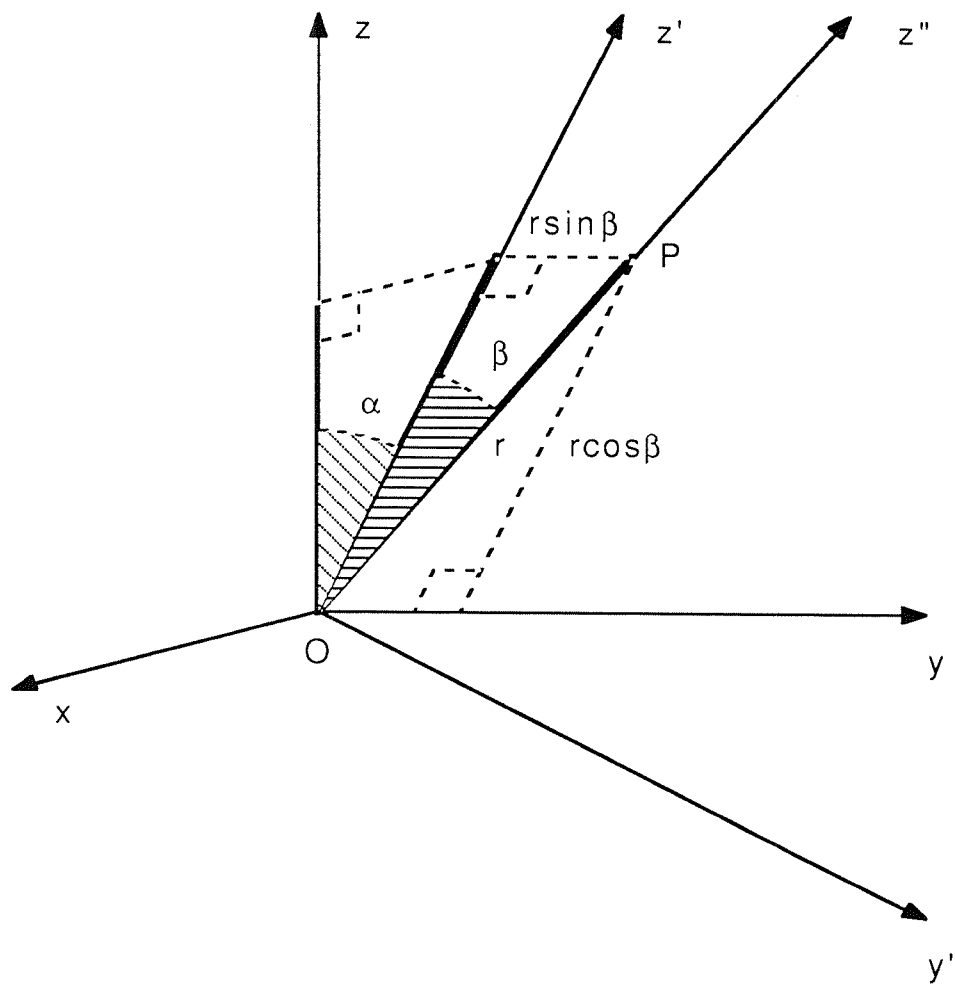


Fig. 2.6: Posizioni degli assi di $\Omega(x,y,z)$ dopo le successive rotazioni di angoli α e β e proiezioni del punto P sugli assi z' , z e y .

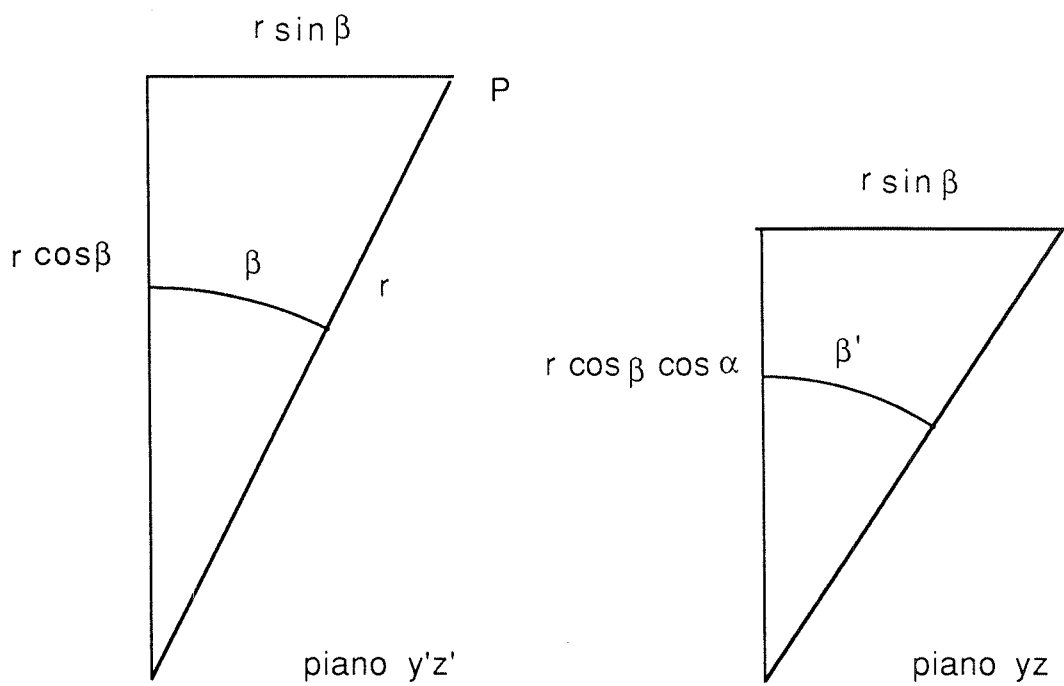


Fig. 2.7: Triangoli individuati dal punto P di fig. 2.6 e dalle sue proiezioni sugli assi dei sistemi di riferimento dopo le rotazioni; la figura illustra il procedimento seguito nelle equazioni 2.24 - 2.26 per determinare l'angolo di rotazione β' del segmento QS nel piano yz di $\Omega(x,y,z)$.

Di conseguenza, il segmento QS, parallelo a z'' , è perpendicolare alle rette che nel piano yz formano con l'asse y un angolo $\beta' > \beta$, dato da:

$$\beta' = \arctg \frac{\operatorname{tg} \beta}{\cos \alpha} \quad (2.25)$$

Dato un piano π caratterizzato dagli angoli di intersezione α e β ricavati dalle equazioni 1.5 e 1.9, la perpendicolarità di QS a π è ottenuta eseguendo una prima rotazione di angolo α intorno all'asse y e una successiva rotazione di angolo β'' intorno all'asse x' , con:

$$\beta'' = \arctg (\operatorname{tg} \beta \cos \alpha) \quad (2.26)$$

3. Rotazioni di un sistema di riferimento mobile

Dato un sistema di riferimento fisso $\Omega(x,y,z)$, si consideri un sistema di riferimento mobile $\Omega_1(x_1,y_1,z_1)$ con origine nel punto Q definito da:

$$Q = \begin{cases} x = x_i \\ y = 0 \\ z = z_i \end{cases} \quad (3.1)$$

Si assume che gli assi x_1 e z_1 giacciono nel piano xz , che l'asse x_1 sia parallelo all'asse z di Ω , l'asse y_1 a y e l'asse z_1 a x ; si considera un punto S definito da:

$$S = \begin{cases} x = x_i \\ y = 0 \\ z = z_s \end{cases} \quad (3.2)$$

dove $z_s = z_i - L$, e L è la lunghezza del segmento QS; QS è perpendicolare al piano xy .

Eseguendo una rotazione di un angolo α intorno all'asse y_1 di Ω_1 si ottiene il sistema di riferimento $\Omega_1(x_1',y_1',z_1')$, con gli assi x_1' e z_1' nel piano xz e l'asse y_1' coincidente con l'asse y_1 . Nel sistema di riferimento fisso le coordinate del punto S_1 , corrispondente alla posizione di S dopo la rotazione, sono date da (v. fig.3.1):

$$S_1 = \begin{cases} x = x(Q) - L \sin\alpha = x_i - L \sin\alpha \\ y = 0 \\ z = z(Q) - L \cos\alpha = z_i - L \cos\alpha \end{cases} \quad (3.3)$$

La coordinata y rimane invariata mentre le coordinate x e z cambiano in funzione dell'angolo di rotazione α .

Eseguendo una rotazione di un angolo β intorno all'asse z_1' di Ω_1 si ottiene il sistema di riferimento $\Omega_2(x_1'',y_1'',z_1'')$, con l'asse z_1'' coincidente con l'asse z_1' di Ω_1 . Si ha:

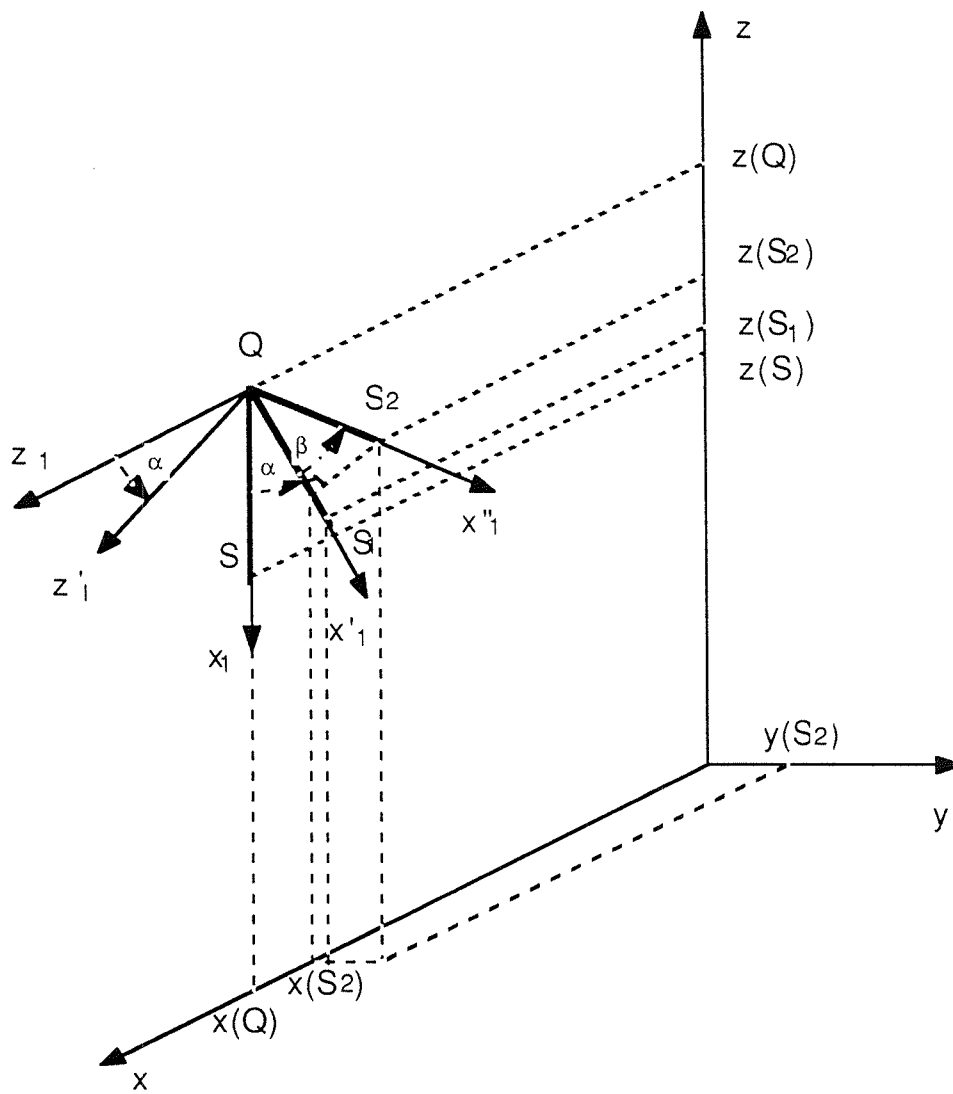


Fig. 3.1: Rotazioni del sistema di riferimento mobile $\Omega_1(x_1, y_1, z_1)$ rispetto al sistema fisso $\Omega(x, y, z)$. In figura sono mostrate le proiezioni usate nelle equazioni 3.1 - 3.6 per determinare le coordinate del punto S dopo due successive rotazioni di angoli α e β .

$$\begin{aligned}
 x &= x(Q) - (Q, S_2') \sin\alpha \\
 S_2 = \begin{cases} y = (Q, S_2) \sin\beta \\ z = z(Q) - (Q, S_2') \cos\alpha \end{cases}
 \end{aligned}
 \tag{3.4}$$

dove S_2' è la proiezione di S_2 sul piano xz . Si ha:

$$\begin{aligned}
 (Q, S_2) &= L \\
 (Q, S_2') &= L \cos\beta
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

e quindi, sostituendo 3.2 e 3.5 in 3.4 si ottiene:

$$\begin{aligned}
 x &= x_i - L \cos\beta \sin\alpha \\
 S_2 = \begin{cases} y = L \sin\beta \\ z = z_i - L \cos\beta \cos\alpha \end{cases}
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$

In forma matriciale le coordinate di un generico punto P nel sistema di riferimento fisso $\Omega(x,y,z)$ sono date da:

$$V = V_Q + V_1
 \tag{3.7}$$

con:

$$V_1 = \begin{pmatrix} x_1(P) \\ y_1(P) \\ z_1(P) \end{pmatrix}
 \tag{3.8}$$

$$V_Q = \begin{pmatrix} x(Q) \\ y(Q) \\ z(Q) \end{pmatrix}
 \tag{3.9}$$

dove x_1, y_1, z_1 sono le coordinate di P rispetto al sistema di riferimento mobile $\Omega_1(x_1, y_1, z_1)$, e $x(Q), y(Q), z(Q)$ sono le coordinate dell'origine del sistema mobile rispetto a quello fisso.

Dopo una rotazione di angolo α intorno all'asse y_1 le coordinate di P sono date da:

$$V = V_Q + M_\alpha V_1 \quad (3.10)$$

dove M_α è la matrice definita in 2.11; sostituendo in 2.11 le coordinate iniziali date in 3.1 e 3.2 si ottiene l'espressione per le coordinate finali ricavata in 3.3.

Si esegue ora una rotazione di un angolo β intorno all'asse z_1' , il cui orientamento è determinato dal precedente angolo di rotazione α . La matrice di rotazione $M(\beta, z_1')$ è data da:

$$M(\beta, z_1') = \begin{pmatrix} 1 - \cos^2\alpha (1 - \cos\beta) & -\sin\beta & \sin\alpha \cos\alpha (1 - \cos\beta) \\ \sin\beta \cos\alpha & \cos\beta & -\sin\beta \sin\alpha \\ \sin\alpha \cos\alpha (1 - \cos\beta) & 0 & 1 - \sin^2\alpha (1 - \cos\beta) \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Per $\beta=0$ la matrice $M(\beta, z_1')$ diventa una matrice identica, altrimenti dopo le due rotazioni le coordinate di P sono date da:

$$V = V_Q + M V_1 \quad (3.12)$$

dove:

$$M = M(\beta, z_1') M_\alpha = \begin{pmatrix} \cos\beta \cos\alpha & -\sin\beta & \sin\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ -\cos\beta \sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

Le colonne della matrice M definiscono le componenti dei versori degli assi del sistema di riferimento mobile dopo le rotazioni; per questo motivo si è ricavata dapprima l'equazione 3.13 considerando le doppie rotazioni di ciascun asse del sistema a partire dalle condizioni iniziali, e successivamente si è determinata l'equazione 3.12 mediante divisione di M per M_α . Si noti che la 3.12, che contiene termini di funzione sia di α che di β , differisce dalle matrici relative a rotazioni intorno agli assi fissi x o y, che contengono termini in funzione solamente di α o β .

Sottraendo l'equazione 3.1 dalla 3.6 si ottiene:

$$\begin{aligned}\Delta x &= -L \cos\beta \sin\alpha \\ \Delta y &= L \sin\beta \\ \Delta z &= L (1 - \cos\beta \cos\alpha)\end{aligned}\tag{3.14}$$

La 3.14 definisce la variazione delle coordinate del punto S in seguito alle due rotazioni del sistema di riferimento; di conseguenza, una volta eseguite le rotazioni, se si effettua la traslazione definita da $-\Delta x, -\Delta y, -\Delta z$ il punto S viene riportato alle coordinate iniziali.

L'orientamento finale del vettore QS dipende dagli angoli di rotazione; in particolare QS è perpendicolare sia alla retta nel piano xz che forma un angolo α con l'asse x, sia alla retta passante per S_2 e S'_2 . Proiettando il triangolo $QS_2S'_2$ sul piano yz si ottiene:

$$L \cos\beta \cos\alpha \operatorname{tg}\beta' = L \sin\beta\tag{3.15}$$

da cui si ricava:

$$\beta' = \operatorname{arc\,tg} \frac{\operatorname{tg}\beta}{\cos\alpha}\tag{3.16}$$

Dopo le rotazioni, QS risulta dunque perpendicolare ad un piano π che forma un angolo α con l'asse x nel piano xz e un angolo β' con l'asse y nel piano yz; di conseguenza, se si vuole disporre QS perpendicolare ad un piano π definito dagli angoli di intersezione α e β' , si devono eseguire una rotazione di angolo α intorno all'asse y e una rotazione di angolo β'' intorno a z_1' , con:

$$\beta'' = \operatorname{arc\,tg} (\operatorname{tg}\beta \cos\alpha)\tag{3.17}$$

La traslazione data dalla 3.14 diventa dunque:

$$\begin{aligned}\Delta x &= -L \cos[\arctan(\tan\beta \cos\alpha)] \sin\alpha \\ \Delta y &= L \sin\beta \\ \Delta z &= L (1 - \cos(\arctan(\tan\beta \cos\alpha)) \cos\alpha)\end{aligned}\tag{3.18}$$

4. Modi di scansione

Nel sistema IRB2000 ABB usato per la scansione a ultrasuoni sono definiti un sistema di riferimento fisso e un sistema di riferimento mobile associato al Tool Center Point (TCP) del braccio meccanico: il sistema di riferimento fisso corrisponde al sistema $\Omega(x,y,z)$ indicato nei paragrafi precedenti, mentre il sistema di riferimento mobile corrisponde al sistema $\Omega_1(x_1,y_1,z_1)$. Il TCP può essere fatto corrispondere al punto Q citato in precedenza, il punto di focalizzazione della sonda al punto S e la lunghezza L alla distanza tra il TCP e la superficie del campione: di conseguenza le equazioni già ricavate sono sufficienti per determinare correttamente posizioni e orientamenti durante la scansione.

La scansione di superfici piane è fatta per righe parallele all'asse x di Ω su aree rettangolari, con coordinate x decrescenti all'interno della riga e con coordinate y crescenti all'incrementare della riga di scansione. Nel caso che la superficie sia parallela all'asse xy le coordinate dei punti di misura sono date da:

$$\begin{aligned}x_{i,j} &= x_0 - i p \\y_{i,j} &= y_0 + j p \\z_{i,j} &= z_0\end{aligned}\tag{4.1}$$

dove:

i = indice di colonna $0 \leq i \leq I$

j = indice di riga, $0 \leq j \leq J$

p = passo di scansione

x_0 e y_0 sono le coordinate di inizio scansione, la coordinata z_0 rimane costante

La posizione iniziale del TCP viene determinata con un comando `cmd_move`, che controlla il TCP in base ai valori dell'argomento di locazione, costituito dalla terna di coordinate

X,Y,Z, e dell'argomento di orientamento, costituito dal quaternione Q. L'orientamento del TCP in modo che la sonda sia perpendicolare al piano xy è ottenuto col quaternione definito da [3]:

$$\begin{aligned} q_1 &= \cos \frac{\pi}{4} \\ q_2 &= 0 \end{aligned} \tag{4.2}$$

$$\begin{aligned} q_3 &= \sin \frac{\pi}{4} \\ q_4 &= 0 \end{aligned}$$

Affinché la distanza del TCP dalla superficie in esame sia L, la locazione iniziale del TCP è definita da:

$$\begin{aligned} X &= x_0 \\ Y &= y_0 \\ Z &= z_0 + L \end{aligned} \tag{4.3}$$

Poiché l'orientamento del TCP rimane invariato e gli incrementi delle coordinate sono definiti da relazioni lineari, il movimento può essere controllato in maniera autonoma dall'unità di controllo S3 mediante un programma residente in esso [3].

Il software esecutivo del robot IRB2000 [4] comprende un'istruzione *write frame register (frame)*, mediante la quale il sistema di riferimento fisso iniziale $\Omega(x,y,z)$, in cui il piano xy corrisponde al pavimento, viene sostituito da un sistema ottenuto per traslazioni e rotazioni rispetto al precedente: è quindi possibile ottenere la scansione su un piano qualsiasi semplicemente inserendo nel programma l'istruzione *frame*, in quanto, così facendo la superficie inclinata rispetto al sistema Ω diventa parallela al piano xy del nuovo sistema di riferimento.

Gli argomenti dell'istruzione *frame* sono costituiti da una terna di coordinate X,Y,Z e da un quaternione Q: X,Y,Z definiscono l'origine del nuovo sistema di riferimento rispetto al sistema di

partenza, mentre Q ne definisce l'orientamento. Nell'applicazione descritta si ha:

$$\begin{aligned} X &= -\Delta x \\ Y &= -\Delta y \\ Z &= -\Delta z \end{aligned} \tag{4.4}$$

dove $-\Delta x$, $-\Delta y$, $-\Delta z$ sono ricavati mediante la 2.23 in funzione degli angoli α e β'' associati al piano da scandire. Gli stessi angoli sono usati per il calcolo del quaternione che definisce la rotazione; l'argomento di rotazione dell'istruzione *frame* è costituito dalle componenti del quaternione relativo a rotazioni intorno agli assi y e x ; si ha quindi:

$$\begin{aligned} q_1 &= \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta''}{2} \\ q_2 &= \cos \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta''}{2} \\ q_3 &= \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta''}{2} \\ q_4 &= -\sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta''}{2} \end{aligned} \tag{4.5}$$

Si noti che con l'istruzione *frame* si ottiene una scansione su un'area rettangolare di dimensioni eguali a quelle dell'area di scansione sul piano originale, ma inclinata rispetto agli assi x e y ; le righe di scansione sono parallele tra loro, equidistanti e parallele al nuovo asse x ; esse sono quindi inclinate nel sistema di riferimento iniziale.

Rispetto al sistema $\Omega(x,y,z)$ le coordinate dei punti di misura su una superficie piana qualsiasi sono date da:

$$\begin{aligned} x_{i,j} &= x_0 - i p \\ y_{i,j} &= y_0 + j p \\ z_{i,j} &= z_0 + i p \operatorname{tg} \alpha + j p \operatorname{tg} \beta \end{aligned} \tag{4.6}$$

Le righe di scansione sono parallele all'asse x e la coordinata z varia in funzione degli angoli di inclinazione del piano; per $\alpha=0$ e $\beta=0$ si riottiene l'eq. 4.1.

Le posizioni di misura sono ottenute inviando a S3 un `cmd_move` per ciascuna di esse. Poiché la sonda dev'essere normale alla superficie e a distanza L dai punti di misura definiti in 4.3, la locazione del TCP viene specificata dai risultati ottenuti in 3.7; si ha quindi:

$$\begin{aligned} X &= x_0 - i p + L \cos\beta'' \sin\alpha \\ Y &= y_0 + j p - L \sin\beta'' \\ Z &= z_0 + i p \operatorname{tg}\alpha + j p \operatorname{tg}\beta - L (1 - \cos\beta'' \cos\alpha) \end{aligned} \quad (4.7)$$

L'orientamento del TCP è costante ed è definito dal quaternionione relativo a rotazioni intorno agli assi y_1 e z_1' , le cui componenti sono date da:

$$\begin{aligned} q_1 &= \cos\frac{\alpha+\pi/2}{2} \cos\frac{\beta''}{2} \\ q_2 &= \sin\frac{\alpha+\pi/2}{2} \sin\frac{\beta''}{2} \\ q_3 &= \sin\frac{\alpha+\pi/2}{2} \cos\frac{\beta''}{2} \\ q_4 &= \cos\frac{\alpha+\pi/2}{2} \sin\frac{\beta''}{2} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Il quaternionione contiene il termine $(\alpha+\pi/2)$ mediante il quale si porta la sonda dall'orientamento iniziale, parallelo all'asse x , all'orientamento perpendicolare ad un piano che forma l'angolo α con l'asse x .

In questo modo di scansione le righe sono sempre parallele all'asse x e la proiezione dell'area di scansione sul piano xy rimane costante.

5. Limiti del sistema

Il TCP del robot IRB2000 può spostarsi all'interno di un volume di lavoro corrispondente ad una semisfera con $z > 0$, centro coincidente con l'origine di $\Omega(x,y,z)$ e raggio eguale a circa 1,5m. In questo spazio è sempre possibile orientare il TCP in modo che la sonda montata sul braccio meccanico sia perpendicolare a un piano inclinato rispetto all'asse x di un angolo α compreso tra -90° e 45° ; la possibilità di ottenere orientamenti al di fuori di questo intervallo dipende dai movimenti possibili del braccio meccanico e quindi dalla locazione del TCP. Per quanto concerne l'inclinazione rispetto all'asse y (angolo β) non ci sono invece limitazioni.

Nel caso di ispezioni a ultrasuoni il campione da esaminare dev'essere immerso in acqua e lo spazio di lavoro del robot viene determinato dalle dimensioni della vasca e dalla sua posizione rispetto al sistema di riferimento fisso $\Omega(x,y,z)$ [1]; per questo motivo, nel caso di scansione di superfici orizzontali le coordinate ammissibili del TCP sono date da:

$$\begin{aligned} 0.4\text{m} < x < 1.2\text{m} \\ -0.7\text{m} < y < 0.7\text{m} \\ 0.7\text{m} < z < 1.1\text{m} \end{aligned}$$

La massima inclinazione possibile della sonda rispetto all'asse z di $\Omega(x,y,z)$ può essere determinata nella seguente maniera. La distanza tra l'estremità della sonda e la superficie in esame dev'essere eguale alla lunghezza focale della sonda L_0 : si può dunque assumere che il punto da esaminare sia immerso nell'acqua alla profondità L_0 e che il TCP sia a distanza L da esso. Assumendo che per l'inclinazione di angolo α_{\max} il polso del braccio meccanico sia tangente alla superficie dell'acqua, si ha (v. fig.5.1):

$$L_1 \cos(\alpha_{\max} + \alpha_0) = L_0 \quad (5.1)$$

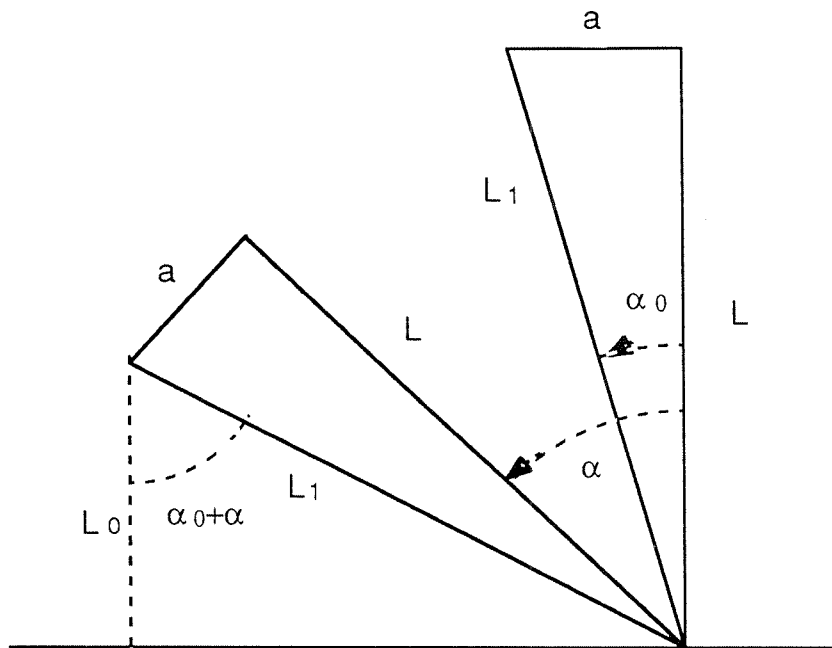


Fig. 5.1: Rotazione del braccio meccanico con raggio del polso a e col TCP a distanza L dal punto di scansione; la figura viene usata nelle equazioni 5.1, 5.2 per determinare la massima inclinazione possibile α_{\max} .

dove:

$$L_1 = \sqrt{a^2 + L^2}$$

$$\alpha_0 = \arctan \frac{a}{L}$$

a = raggio del polso

Si ricava dunque:

$$\alpha_{\max} < \arccos \frac{L_0}{L_1} - \arctan \frac{a}{L} \quad (5.2)$$

I valori numerici dei parametri indicati sono $L_0=5\text{cm}$, $a=8\text{cm}$ e $L=38\text{cm}$, per cui, sostituendo i suddetti valori in (5.2) si ottiene $\alpha_{\max} < 60^\circ$. Seguendo un procedimento analogo si ottiene lo stesso valore per la massima inclinazione β_{\max} .

Al fine di evitare che il braccio meccanico urti le pareti della vasca quando la sonda è inclinata si possono ridurre gli intervalli di escursione nelle direzioni x e y di una quantità determinata dallo spessore del polso, che vale circa $0,6\text{m} \cos \alpha_{\max}$; di conseguenza, se durante una scansione l'inclinazione della sonda deve variare tra i valori estremi $-\alpha_{\max}, +\alpha_{\max}, -\beta_{\max}$ e $+\beta_{\max}$, le coordinate ammissibili diventano:

$$0.7\text{m} < x < 0.9\text{m}$$

$$-0.4\text{m} < y < 0.4\text{m}$$

$$0.7\text{m} < z < 1.1\text{m}$$

In pratica, le inclinazioni della sonda variano in maniera più contenuta e le escursioni nelle direzioni x e y diventano superiori agli intervalli minimi sopra indicati.

Nel caso di scansione di superfici inclinate le variazioni della coordinata z del TCP dipendono sia dagli angoli di inclinazione che dagli intervalli di scansione dx e dy; si ha:

$$dz(\alpha) = dx \operatorname{tg} \alpha$$

$$dz(\beta) = dy \operatorname{tg} \beta \quad (5.3)$$

Affinché la sonda non esca dall'acqua o il braccio meccanico non vi si immerga dev'essere:

$$\begin{aligned} dz(\alpha) &< L \cos\alpha \\ dz(\beta) &< L \cos\beta \end{aligned} \tag{5.4}$$

Dalle equazioni 5.3 e 5.4 si ottiene, per α e β diversi da 0:

$$\begin{aligned} dx &< \frac{L \cos\alpha}{\operatorname{tg}\alpha} \\ dy &< \frac{L \cos\beta}{\operatorname{tg}\beta} \end{aligned} \tag{5.5}$$

Si possono dunque esaminare campioni con facce inclinate di angoli non superiori ai valori α_{\max} e β_{\max} ricavati in precedenza e con dimensioni tali che siano verificate le condizioni in 5.5.

Il sistema IRB2000 ha una risoluzione spaziale di 0.1mm e una risoluzione angolare di 0.01° [2]. Nel caso di scansione di una superficie inclinata facendo uso dell'istruzione *frame*, le coordinate di scansione, definite in (4.1, differiscono da punto a punto per $p > 0.1\text{mm}$: il minimo passo di scansione risulta dunque eguale alla risoluzione spaziale del sistema. Invece, se si controllano le rotazioni e gli spostamenti del TCP mediante dei *cmd_move*, il minimo passo di scansione p tale che le coordinate definite in (4.6 e (4.7 differiscano per variazioni unitarie degli indici i e j , dipende degli angoli di rotazione α e β ; si ha:

$$p_{\min} > \frac{0.1\text{mm}}{\operatorname{tg}\alpha} \tag{5.6}$$

Ad esempio, per $\alpha = 8^\circ$ il passo di scansione minimo p_{\min} è di circa 0.7mm.

6. Descrizione dei programmi di scansione

L'ispezione a ultrasuoni di campioni di tipo poliedrico viene fatta utilizzando la stazione di lavoro descritta in [5] e compiendo scansioni di tipo sincrono. Quando la sonda si trova alle coordinate di misura, un impulso di sincronismo fa emettere dal generatore US inserito nella stazione di lavoro un impulso; il segnale di eco riflesso dal campione immerso nella vasca viene convertito in forma digitale ed elaborato; il dato di misura ricavato nel caso di ispezione a soglia singola, oppure la sequenza dei dati ottenuti nel caso di ispezione a onda completa, vengono memorizzati in una matrice che, al termine della scansione, contiene i dati corrispondenti ai vari punti di misura. Usando questa matrice si possono ottenere rappresentazioni di tipo grafico o pittorico, che mostrano l'andamento dei segnali a ultrasuoni o le mappe della riflettanza del campione.

Seguendo i criteri per la realizzazione di programmi di scansione definiti in [5,6] sono stati sviluppati due moduli per l'ispezione di superfici comunque inclinate rispetto al sistema di riferimento del robot. Ciascuno modulo risulta così costituito da un programma principale, residente sul calcolatore della stazione, e da un programma secondario, residente sull'unità di controllo S3. Il programma principale svolge le seguenti funzioni: interfacciamento con l'utente per la definizione dei parametri relativi alla scansione; sincronizzazione tra i vari dispositivi; memorizzazione e visualizzazione dei dati. Il programma secondario provvede al controllo dello spostamento del braccio meccanico del robot.

Modulo INCFR

In questo caso l'orientamento della sonda rispetto alla superficie da esaminare è ottenuto facendo uso di un'istruzione *frame* i cui argomenti sono definiti in funzione degli angoli di inclinazione del piano in esame rispetto agli assi x e y del sistema di riferimento del robot; per esaminare un campione

con più facce diversamente orientate si devono individuare per ciascuna faccia le coordinate del punto iniziale di scansione, le dimensioni dell'area da esplorare e l'inclinazione del piano tangente alla faccia.

Lo schema a blocchi del programma principale del modulo è mostrato in fig. 6.1.

Nella fase iniziale del programma, l'utente inserisce mediante la tastiera del calcolatore le coordinate del punto di inizio di scansione e il braccio del robot si sposta di conseguenza, con la sonda perpendicolare al piano xy del sistema di riferimento. La posizione della sonda può essere modificata in modo interattivo finché non viene raggiunto il punto desiderato; vengono poi inseriti i valori degli angoli di rotazione α e β , determinati in precedenza mediante rilevamento sul campione; vengono infine forniti i parametri di scansione, che definiscono il passo di campionamento e le dimensioni dell'area da esplorare, nonché i parametri relativi al tipo dei dati da acquisire e alla loro rappresentazione.

Lo schema a blocchi del programma secondario 1008 è mostrato in fig. 6.2.

La locazione del punto di inizio di scansione, selezionato in modo interattivo dall'utente, viene memorizzata mediante un'istruzione STO_POS [7,8], mentre il passo di scansione e le corse nelle direzioni x e y vengono scritti in registri aritmetici dell'unità di controllo; il passo di scansione è eguale nelle due direzioni ed ha valore eguale a multipli interi di 0.1mm.

La coordinata di scansione all'interno di ciascuna riga varia anch'essa di una quantità costante e viene determinata mediante un'operazione di sottrazione tra registri: partendo dalla coordinata iniziale trasmessa dal programma principale, il contenuto di un registro viene decrementato all'interno di un loop finché non si raggiunge il valore 0.

I registri aritmetici di S3 hanno una lunghezza di 16 bit e contengono valori in modulo e segno; poiché la scansione viene fatta decrementando il valore della coordinata x, vengono in

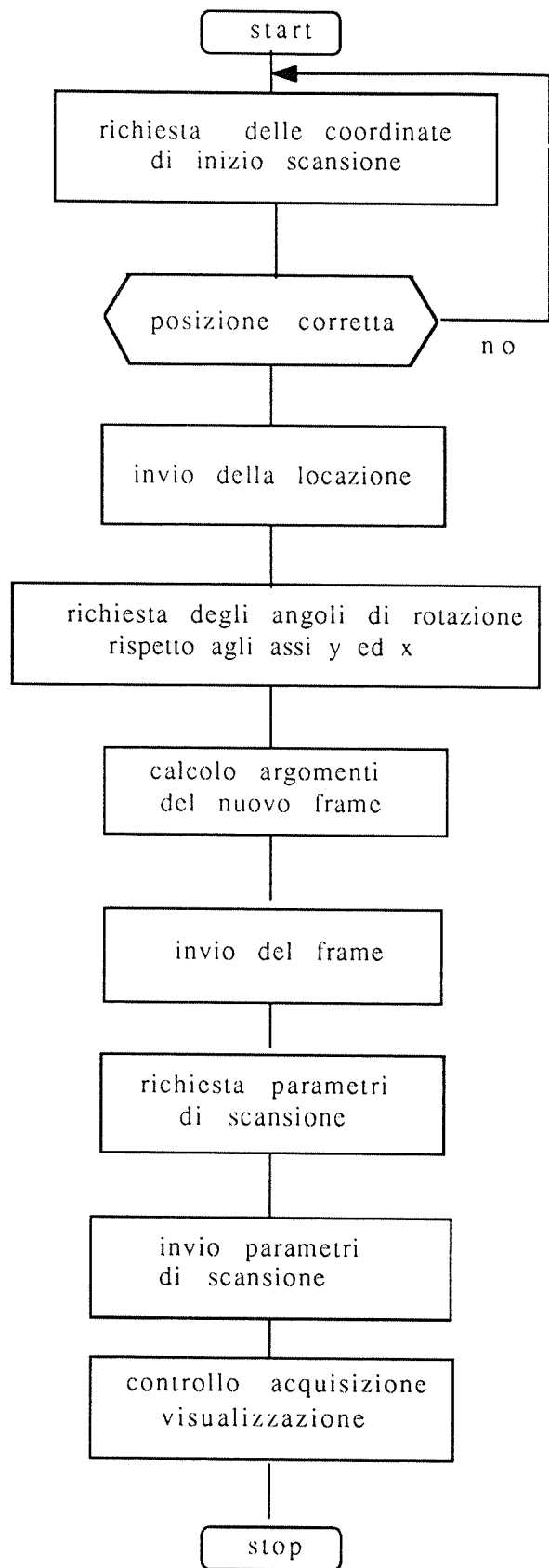


Fig. 6.1

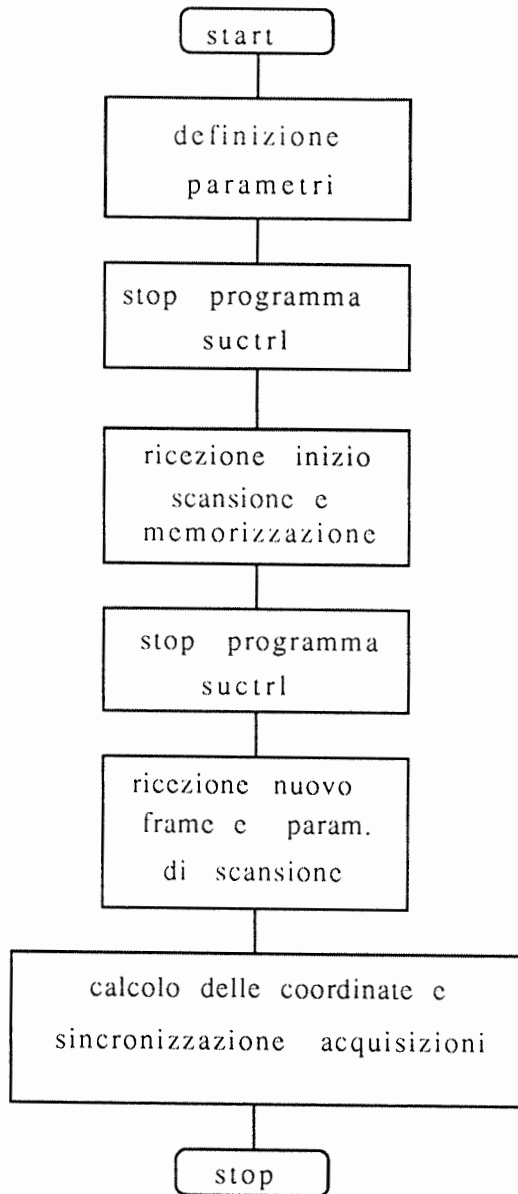


Fig. 6.2: Schema a blocchi del programma secondario 1008 residente sull'unità di controllo S3 e interagente col programma INCFR; in figura viene mostrata in dettaglio solo la parte iniziale del programma.

realtà impiegati solo 15 bit del registro, che, tenuto conto del fattore di scala utilizzato da S3, corrispondono ad una lunghezza di scansione di 409.6mm. La coordinata di riga y viene invece incrementata durante la scansione, ma il programma si comporta in maniera analoga a quanto definito per il controllo della variabile x: di conseguenza, il programma 1008 è in grado di eseguire scansioni su aree rettangolari con dimensioni minori o eguali a 400mm.

Durante la scansione l'orientamento del TCP rimane invariato, la coordinata z rimane costante e gli incrementi delle coordinate x e y vengono eseguiti rispetto al sistema di riferimento determinato dall'istruzione *frame* memorizzata in uno dei registri FRAME di S3; la sincronizzazione tra S3 e il calcolatore principale è ottenuta mediante istruzioni SUCTRL.

Modulo PIAORI

In questo caso l'orientamento della sonda rispetto alla superficie da esaminare è ottenuto controllando le posizioni del TCP mediante *cmd-move*.

Durante la scansione l'orientamento del TCP rimane costante, le coordinate x e y variano in funzione del passo di scansione p, mentre la coordinata z varia in funzione sia di p che degli angoli di inclinazione α e β del piano al quale la sonda è perpendicolare (v. eq. 4.6); secondo quanto detto nel paragrafo 5, in questo caso per ottenere variazioni effettive della coordinata z il valore minimo di p dipende dal valore degli angoli di inclinazione e può risultare quindi superiore a 0.1mm.

A differenza del modulo precedente, il programma principale del modulo PIAORI provvede anche al calcolo delle coordinate di scansione, mentre il programma secondario si limita ad eseguire lo spostamento elementare determinato da ciascun *cmd_move*.

Lo schema a blocchi del programma principale è mostrato in fig. 6.3.

Nella fase iniziale del programma, l'utente inserisce le coordinate del punto di inizio di scansione e i valori degli angoli di rotazione α e β , e controlla in modo interattivo la posizione della sonda, che si sposta perpendicolarmente al piano da esaminare. Una volta raggiunta la posizione desiderata, l'utente inserisce i parametri che definiscono il passo di campionamento e le dimensioni dell'area da esplorare, nonché i parametri relativi al tipo dei dati da acquisire e alla loro rappresentazione; il programma esegue quindi le righe di scansione e rappresenta i risultati sul display del calcolatore.

Il programma secondario 2015 residente su S3 è sincronizzato col programma principale mediante un'istruzione SUCTRL.

Lo schema a blocchi del programma 2015 è mostrato in fig.6.4.

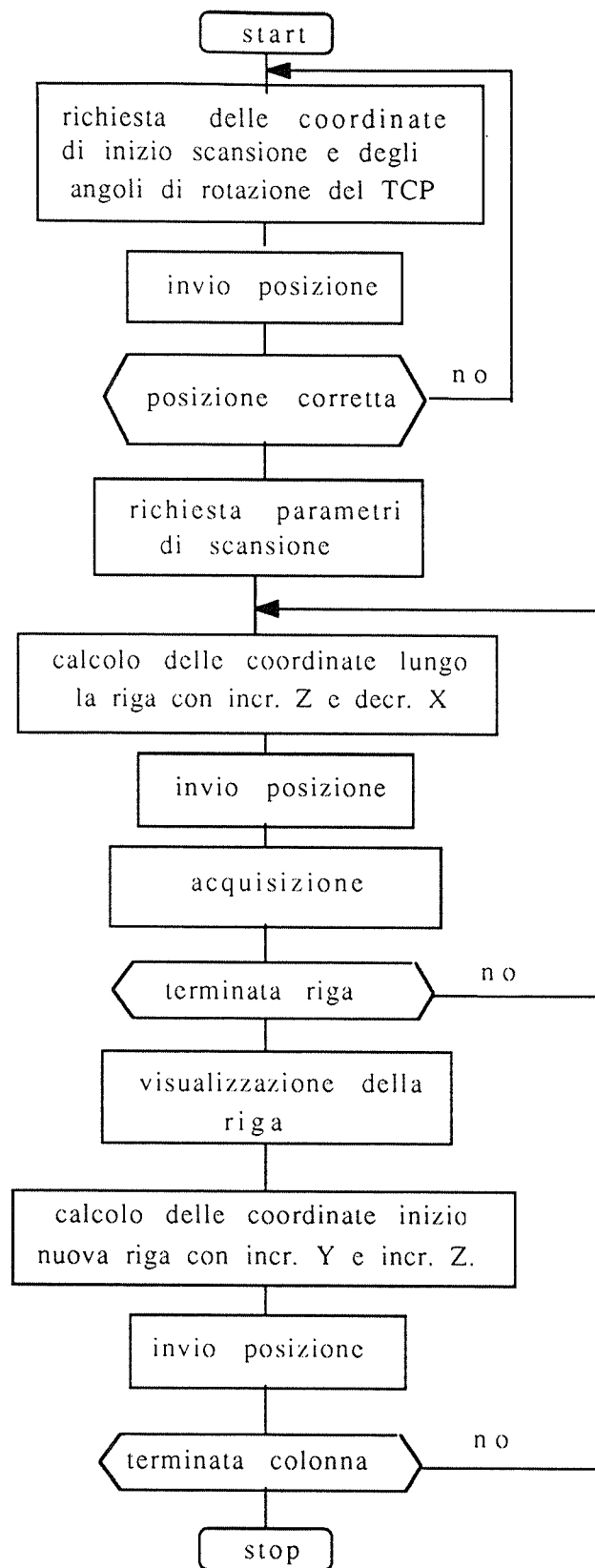


Fig. 6.3: Schema a blocchi del programma principale PIAORI; in figura viene mostrata in dettaglio solo la parte iniziale del programma.

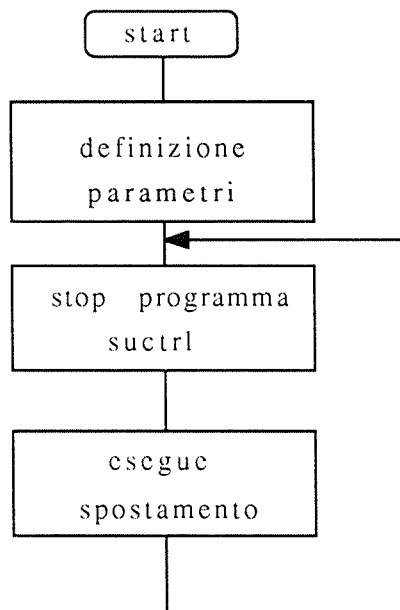


Fig. 6.4: Schema a blocchi del programma secondario 2015 residente sull'unità di controllo S3 e interagente col programma PIAORI.

Riferimenti

- 1) L. Azzarelli, E. Bozzi, M. Chimenti: "Progetto e sviluppo di una struttura per il CND a ultrasuoni" Collaborazione Scientifica IEI-Alenia, Nota Interna B4-64, 1990
- 2) E. Bozzi, M. Chimenti, L. Azzarelli: "Sviluppo di procedure per la scansione a ultrasuoni di superfici curve mediante robot a sei assi" Collaborazione Scientifica IEI-Alenia, Nota Interna B4-38, 1992
- 3) E. Bozzi, M. Chimenti: "Controllo del movimento del braccio meccanico del robot IRB 2000" Collaborazione Scientifica IEI-Alenia, Nota Interna B4-05, 1991
- 4) ABB ROBOTICS: "Communication Tools - User's Guide CK 09-1425E", 1988
- 5) E. Bozzi, M. Chimenti, L. Azzarelli: "Ispezione a soglia singola mediante prototipo di stazione US" Collaborazione Scientifica IEI-Alenia, Nota Interna B4-17, 1992
- 6) E. Bozzi, M. Chimenti: "Progetto Software - Programmi di scansione e acquisizione US" Collaborazione Scientifica IEI-Alenia, Nota Interna B4-26, 1992
- 7) ASEA ROBOTICS: "ABB Robot Language - ARLA Reference Manual 2.0", 1988
- 8) ABB ROBOTICS: "Programming Manual Robot Control System S3 - 6397013-121", 1990