

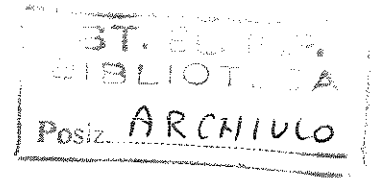


Consiglio Nazionale delle Ricerche

**Una procedura per l'analisi d'immagini basata  
sull'elaborazione di caratteristiche estratte mediante la  
trasformata wavelet 2D**

*Edoardo Bozzi, Damiano Bordigoni, Massimo Chimenti*

B4-23  
ott-2000



INDUCE  
Project N° BE 97 - 4057  
Contract N° BRPR - CT98 - 805

## **Una procedura per l'analisi d'immagini basata sull'elaborazione di caratteristiche estratte mediante la trasformata wavelet 2D**

*Edoardo Bozzi, Damiano Bordigoni, Massimo Chimenti*

Istituto di Elaborazione della Informazione – CNR, Pisa

### **Sommario**

La procedura descritta estrae da un'immagine un limitato numero di caratteristiche e le elabora al fine di valutare la somiglianza dell'immagine in esame con un insieme d'immagini prese come riferimento. Le caratteristiche impiegate sono ottenute applicando all'immagine una trasformazione wavelet e calcolando quindi l'istogramma delle immagini di dettaglio, determinate da un filtraggio di tipo passa-alto.

La procedura descritta può essere usata in applicazioni particolari, come ad esempio il controllo di qualità, quando le immagini da elaborare sono nominalmente identiche ed è sufficiente rivelare una variazione del contenuto di un'immagine. Poiché il risultato complessivo dell'elaborazione dipende dal tipo di wavelet impiegato, è necessario ottimizzare la procedura scegliendo il tipo di wavelet da usare in funzione della tipologia delle immagini da analizzare.

## Introduzione

Mediante differenti tipi di operatori si possono estrarre da un'immagine varie caratteristiche, che forniscono una descrizione dell'immagine e che possono essere usate in processi di analisi, riconoscimento o classificazione.

L'istogramma di un'immagine è una caratteristica di tipo globale, che fornisce una limitata quantità d'informazione e non può essere utilizzato, in generale, per determinare l'esistenza di un pattern oppure la dimensione o l'orientamento di forme. L'istogramma può fornire indicazioni utili in casi particolari, come quando si esaminano immagini che hanno sostanzialmente lo stesso contenuto. Per esempio, se si modifica un'immagine cambiando nello stesso modo la luminanza di un certo numero di pixel, anche l'istogramma si modifica di conseguenza: in particolare, la deviazione standard dell'istogramma varia al crescere del numero dei pixel modificati, e consente quindi di rivelare la presenza della perturbazione indotta.

La procedura descritta consiste sostanzialmente nel filtraggio di un'immagine e nel calcolo dell'istogramma dell'immagine filtrata, ed ha quindi le limitazioni sopra indicate; la procedura può essere usata in applicazioni particolari, come ad esempio il controllo di qualità, quando le immagini da elaborare sono nominalmente identiche ed è sufficiente rivelare una variazione del contenuto di un'immagine.

L'estrazione delle caratteristiche è ottenuta mediante successivi passi di elaborazione. Inizialmente l'immagine è trattata mediante la trasformata wavelet 2D. In questo modo, fissati la famiglia e il tipo di wavelet, si ottiene un insieme di immagini filtrate, costituito dall'immagine detta di approssimazione, ottenuta mediante un filtro di tipo passa-basso, e da terne di immagini di dettaglio, una per ciascun livello di elaborazione: con un'analisi su  $L$  livelli si ottengono quindi  $N = 3 \times L$  immagini di dettaglio.

Successivamente per ciascun'immagine di dettaglio si calcola l'istogramma e si ricavano i parametri numerici delle statistiche descrittive, in modo che da ogni immagine viene ricavata un insieme di valori. Prendendo  $k$  parametri, si ottengono  $Q = k \times N = 3 \times k \times L$  valori numerici: all'immagine d'ingresso viene quindi associato un punto in uno spazio a  $Q$  dimensioni.

A questo punto si esegue una trasformazione lineare dei valori trovati; per questo scopo si usa la matrice ottenuta applicando la tecnica di analisi delle componenti principali (PCA) ad un opportuno insieme di immagini di riferimento: con questo tipo di trasformazione è possibile, in generale, considerare soltanto le prime due componenti, in modo che a ciascun'immagine elaborata viene associato un punto in uno spazio bidimensionale. In questo modo, alle immagini sostanzialmente identiche corrispondono punti molto vicini tra loro, mentre i punti diventano più lontani quando le immagini trattate differiscono da quella di riferimento: è quindi possibile rivelare la presenza di anomalie sia osservando il grafico dei punti, sia calcolando le distanze tra essi.

La procedura è costituita da due fasi: la fase di apprendimento, in cui sono elaborate le immagini dell'insieme di riferimento, e la fase di misura, in cui viene elaborata l'immagine da confrontare con le precedenti. Le immagini dell'insieme di riferimento devono essere nominalmente identiche e differire soltanto per le variazioni di tipo casuale determinate dalla variabilità dell'oggetto ripreso o delle condizioni di ripresa, entro i limiti di tolleranza ammessi; l'immagine di misura dev'essere anch'essa nominalmente identica a quelle di riferimento, in modo che la

procedura rivela la presenza di eventuali anomalie, imputabili alla presenza di un difetto.

Poiché il risultato complessivo dell'elaborazione dipende dal tipo di wavelet impiegato, è necessario ottimizzare la procedura scegliendo il tipo di wavelet da usare in funzione della tipologia delle immagini da analizzare.

## Materiali e metodi

La procedura è stata sviluppata nell'ambiente MATLAB; alcuni comandi dei Toolbox Wavelet, Image Processing e Statistics sono stati impiegati per la realizzazione degli algoritmi.

### Trasformata wavelet

MATLAB consente di scegliere la famiglia e il tipo di wavelet mediante cui analizzare un'immagine d'ingresso, nonché il livello di decomposizione. La procedura sviluppata consente la selezione tra quattro famiglie di wavelet 2D, mentre il livello di decomposizione è stato fissato al valore 3, viste le dimensioni delle immagini usate durante la sperimentazione. In questo modo da un'immagine d'ingresso si ricavano  $N = 9$  immagini: la terna di immagini  $H_1, V_1, D_1$  di dettaglio orizzontale, verticale e diagonale al 1° livello, la terna  $H_2, V_2, D_2$  relativa al 2° livello e la terna  $H_3, V_3, D_3$  relativa al 3° livello. L'immagine di approssimazione prodotta dalla trasformata non viene impiegata nella procedura poiché essa è il risultato di un filtraggio di tipo passa-basso e contiene informazioni relative al valor medio dell'immagine, che non sono attualmente usate; le immagini di dettaglio, ottenute mediante un filtraggio di tipo passa-alto hanno valori positivi o negativi in corrispondenza dei pixel di contorno presenti nell'immagine d'ingresso.

### Calcolo degli istogrammi

MATLAB consente di calcolare l'istogramma di un'immagine e fornisce un vettore di dati, che può essere elaborato per determinare le varie statistiche descrittive dell'istogramma, come valore medio, deviazione standard e momenti di ordine superiore. La procedura fa uso del parametro relativo alla deviazione standard (sd): si ottiene così un vettore di  $Q = N = 9$  elementi, corrispondenti ai valori sd delle 9 immagini di dettaglio.

### Statistica multivariata

MATLAB consente di eseguire l'analisi delle componenti principali (PCA) di un insieme di dati, definiti da due o più variabili; la tecnica PCA determina una base ortogonale per lo spazio dei dati tale che è possibile, in generale, ridurre la dimensione dello spazio raggruppando diverse variabili, senza eccessiva perdita di informazioni.

La procedura fa uso del comando *princomp*. I dati d'ingresso sono costituiti dai valori sd ricavati da un insieme di  $M$  immagini di riferimento: si ha dunque una matrice  $A(m,n)$ , in cui ciascuna riga è costituita da 9 elementi. Il comando fornisce i seguenti dati d'uscita:

- $B(n,n) \equiv$  matrice dei componenti principali
- $C(m,n) \equiv$  trasformata di  $A(m,n)$
- $S(1,n) \equiv$  autovalori della matrice covarianza di  $A$

La matrice covarianza è ottenuta prendendo la differenza tra ciascun elemento  $a_{ij}$  di  $A$  e il valore medio  $m_j$  calcolato sulla  $j$ -esima colonna; se si costruisce la matrice  $X(m,n)$ , definita da  $x_{ij} = a_{ij} - m_j$  si ha la seguente relazione matriciale:

$$C = XB \tag{1}$$

La procedura calcola il vettore  $M(1,9)$ , definito dai valori medi delle 9 colonne di  $A$ . La figura 1 mostra le relazioni funzionali tra i dati d'ingresso e i dati d'uscita della tecnica PCA (detta anche trasformata di Karhunen-Loeve). La matrice d'uscita  $C$ , fornita dal modulo di elaborazione, può essere ottenuta anche eseguendo il prodotto matriciale indicato dall'equazione 1:  $C$  dipende quindi, oltre che dalla matrice d'ingresso  $A$ , dalla matrice  $B$  e dal vettore  $M$ . Il vettore  $S$ , i cui elementi sono costituiti dalle varianze delle colonne della matrice  $C$ , può essere ottenuto calcolando gli autovalori della matrice covarianza di  $A$ .

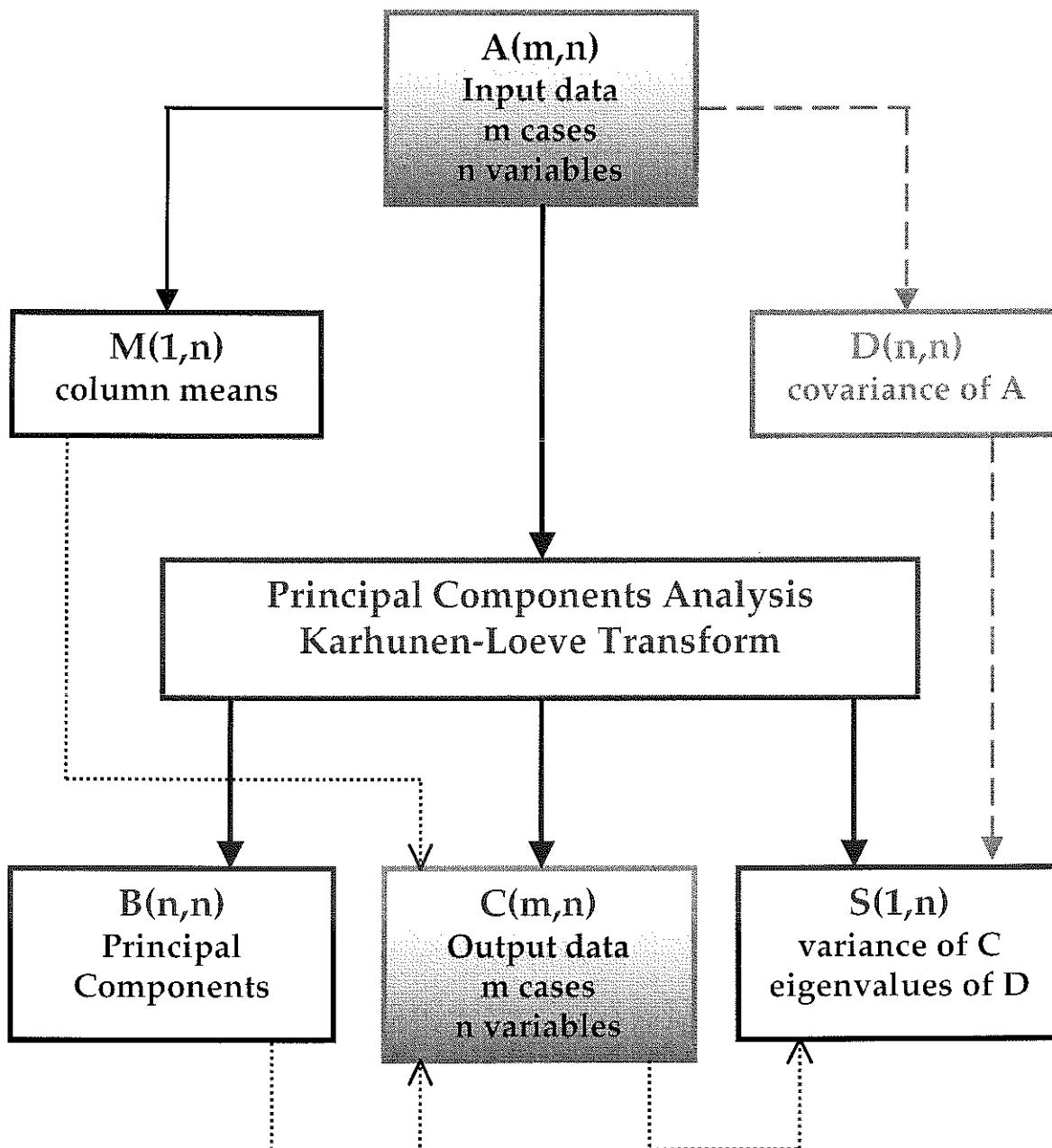


Figura 1. Relazione tra i dati prodotti dalla PCA.

### **Formazione e rappresentazione dei dati di uscita**

Al termine dell'elaborazione di un'immagine la procedura fornisce le coordinate di un punto in uno spazio a due dimensioni. Per quanto riguarda le immagini dell'insieme di riferimento, le coppie di coordinate sono date dagli elementi delle prime due colonne della matrice B. Per quanto riguarda l'immagine di misura, da confrontare con l'insieme di immagini di riferimento, una volta ottenuto il vettore  $Y(1,9)$  che contiene i valori di sd delle immagini di dettaglio si costruisce il vettore  $V(1,9)$  definito da  $V = Y - M$ ; facendo uso della relazione 1 si calcola quindi il vettore trasformato  $Z = VC$ : le coordinate del punto associato all'immagine di misura sono date dai primi due elementi di Z.

## Descrizione della procedura

Le due fasi della procedura sono composte dai passi elencati di seguito; le dimensioni dei vettori e delle matrici sono quelle fissate per la sperimentazione.

### Fase 1. Apprendimento

#### 1.1. Inserimento dei parametri di controllo:

- Caricamento dell'insieme di immagini d'ingresso  $\{I_i\}$  ( $i = 1,2,..5$ )
- Selezione del tipo di wavelet (numero di livelli di analisi prefissato  $L = 3$ )

#### 1.2 Ciclo di analisi wavelet

- Lettura dell'immagine  $I_i$
- Costruzione dell'insieme di immagini trasformate  $\{I'_k\}$  ( $k = 1,2,..9$ )
- Calcolo degli istogrammi di  $\{I'_k\}$
- Calcolo della deviazione standard sd di ogni istogramma
- Scrittura dei valori sd nella riga i-esima della matrice di uscita  $A(5,9)$

#### 1.3 Statistica multivariata

- Lettura della matrice  $A(5,9)$
- Calcolo del vettore di valori medi  $M(1,9)$
- Analisi delle componenti principali
- Calcolo della matrice di trasformazione  $C(9,9)$
- Calcolo della matrice dei dati trasformati  $B(5,9)$
- Calcolo del vettore di autovalori  $S(1,9)$

#### 1.4 Rappresentazione dei risultati

- Lettura della matrice  $B(5,9)$
- Grafico dei punti  $p_i(x,y)$  definiti dalle prime due colonne di  $B$

### Fase 2. Misura

#### 2.1. Inserimento dei parametri di controllo:

- Caricamento dell'immagine d'ingresso  $I$
- Selezione del tipo di wavelet (eguale a quello usato per le immagini di riferimento, col numero di livelli di analisi prefissato  $L = 3$ )

#### 2.2 Analisi wavelet

- Lettura dell'immagine  $I$
- Costruzione dell'insieme di immagini trasformate  $\{I'_k\}$  ( $k = 1,2,..9$ )
- Calcolo degli istogrammi di  $\{I'_k\}$
- Calcolo della deviazione standard sd di ogni istogramma
- Scrittura dei valori sd nel vettore di uscita  $Y(1,9)$

#### 2.3 Trasformazione lineare

- Lettura del vettore  $Y(1,9)$



- Lettura del vettore  $M(1,9)$  salvato nella fase 1 e calcolo del vettore normalizzato  $V = Y - M$
- Lettura della matrice  $C(9,9)$  salvata nella fase 1 e calcolo del vettore dei dati trasformati  $Z = VC$

#### *2.4 Rappresentazione dei risultati*

- Lettura del vettore  $Z(1,9)$
- Grafico del punto  $q(x,y)$  definito dai primi due elementi di  $Z$  e dei punti  $p_i$  determinati nella fase 1

La figura 2 mostra il diagramma a blocchi della Fase 1 della procedura; la figura 3 mostra il diagramma della fase 2.

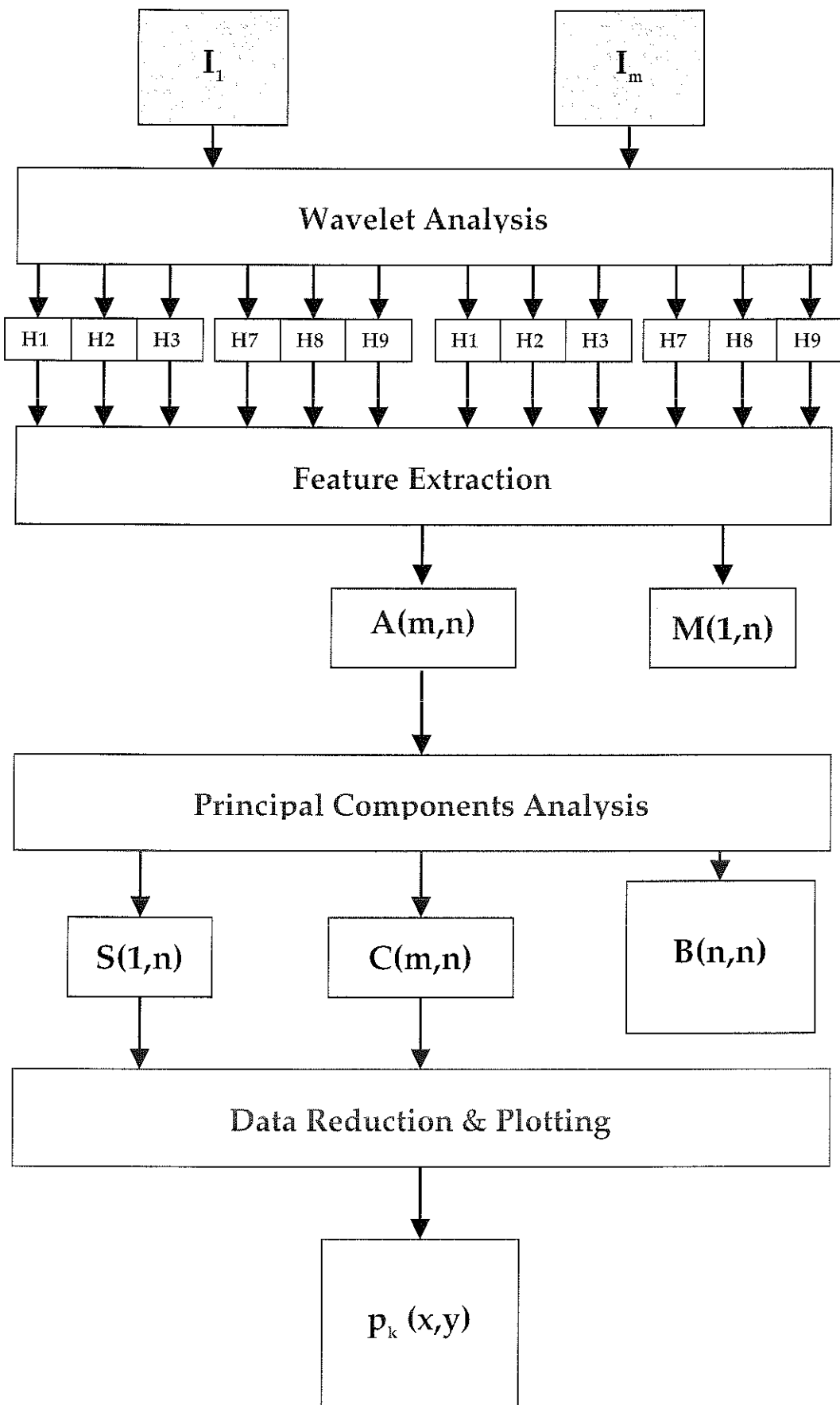


Figura 2. Fase 1 della procedura (Apprendimento).

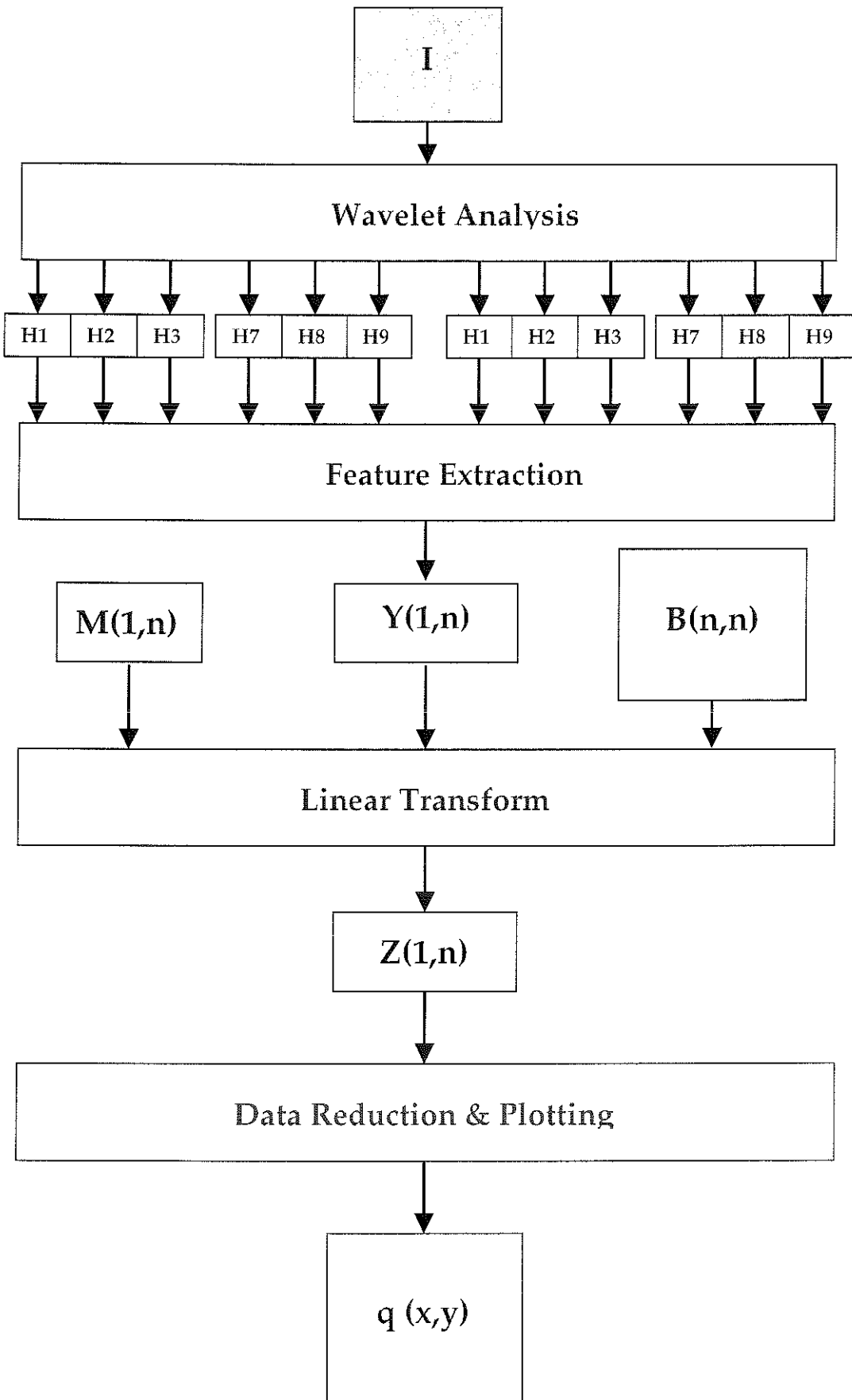


Figura 3. Fase 2 della procedura (Misura).

## Uso della procedura

La figura 4 mostra l'interfaccia grafica per il controllo della fase 1 della procedura. Mediante un menù scorrevole (finestra in alto a sinistra) si può selezionare l'insieme di 5 immagini usate come riferimento; altri quattro menù scorrevoli consentono di selezionare il tipo di famiglia wavelet da impiegare (Biorthogonal, Daubechies, Coiflets o Symlets). L'elaborazione dei dati d'ingresso viene attivata premendo uno dei pulsanti Bior, Db, Coif2 e Sym8; l'interfaccia mostra i valori delle deviazioni standard sd degli istogrammi calcolati sulle nove immagini di dettaglio  $H_{1'}, V_{1'}, D_{1'}, H_{2'}, V_{2'}, D_{2'}, H_{3'}, V_{3'}, D_{3'}$  ottenute da ciascuna delle cinque immagini d'ingresso.

Come esempio si riportano i risultati parziali e finali della procedura ottenuti usando come insieme di riferimento le immagini di prova mostrate in figura 5.

Tutte le immagini sono definite da una matrice di  $200 \times 200$  pixel, con 256 livelli di grigio. L'immagine  $A_1$  è costituita da due bande verticali di  $100 \times 200$  pixel, una con valore di luminanza  $L = 100$  e l'altra con  $L = 200$ ; nelle altre quattro immagini dell'insieme sono stati inseriti dei quadrati di  $2 \times 2$  pixel con valori di luminanza compresi tra il 40 e l'80% del valore della zona omogenea. L'immagine  $A_2$  contiene 100 macchie, per complessivi 400 pixel; le immagini  $A_3$ ,  $A_4$  e  $A_5$ , contengono rispettivamente 200, 300 e 400 macchie.

Come immagine di misura è stata usata l'immagine  $A_1$ , già impiegata nella fase di apprendimento.

Scegliendo la wavelet Db di ordine 3 si hanno i seguenti valori.

### Fase1

	5.4470	5.7019	0.1980	6.4970	6.8533	0.2860	1.7835	5.7919	0.0660
	6.0918	6.3211	1.4418	7.0750	7.2955	2.1373	2.1586	6.0407	1.4229
A(5,9):	6.6369	6.8889	1.9876	7.5945	7.7915	3.1108	2.7393	6.1860	2.1992
	7.2150	7.3434	2.3730	7.9414	8.2746	3.5859	3.1866	6.4122	3.0855
	7.6387	7.8346	2.6633	8.5264	8.6137	4.4297	3.5848	6.5950	3.1527

M(1,9):	6.6059	6.8180	1.7327	7.5269	7.7657	2.7099	2.6906	6.2051	1.9853
---------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

	0.3026	-0.3147	0.1083	-0.4246	0.2844	-0.7325	0.0000	0.0000	0.0000
	0.2906	-0.3005	-0.0707	-0.0016	-0.0133	0.2345	-0.6179	-0.1360	-0.6041
	0.3363	0.4276	-0.0353	-0.1001	0.1394	0.0621	0.4774	-0.5358	-0.3931
	0.2697	-0.3229	-0.2877	-0.1197	-0.2100	0.1955	-0.0510	-0.5508	0.5810
C(9,9):	0.2460	-0.3356	0.1418	0.0426	0.6424	0.4915	0.2716	0.2544	0.1102
	0.5518	0.3583	-0.5627	0.1433	0.0091	-0.0887	-0.1110	0.4383	0.1329
	0.2519	-0.4224	0.0844	0.6166	-0.3776	-0.2060	0.3942	0.0515	-0.1666
	0.1082	-0.1307	-0.0012	-0.6255	-0.5136	0.2639	0.3016	0.3617	-0.1574
	0.4450	0.2949	0.7453	0.0398	-0.1905	0.0703	-0.2353	0.0263	0.2463

	-4.1580	-0.3149	0.0318	0.0073	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	-1.3534	0.3655	-0.0886	-0.0473	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
<b>B(5,9):</b>	0.4669	0.2361	-0.0884	0.0622	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000
	1.9096	0.0214	0.3279	-0.0059	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
	3.1350	-0.3081	-0.1826	-0.0164	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000

	8.2033
	0.0960
<b>S(1,9):</b>	0.0394
	0.0016
	0.0000

	x	y
	-4.1580	-0.3149
	-1.3534	0.3655
<b>P(x,y):</b>	0.4669	0.2361
	1.9096	0.0214
	3.1350	-0.3081

*Fase 2*

<b>Z(1,9):</b>	-4.1580	-0.3149	0.0318	0.0073	0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000
----------------	---------	---------	--------	--------	--------	---------	--------	---------	--------

	x	y
<b>q(x,y):</b>	-4.1580	-0.3149

La figura 6 mostra il grafico dei punti di riferimento  $p_i(x,y)$  e del punto di misura  $q(x,y)$ : quest'ultimo è sovrapposto al punto  $p_1$ .

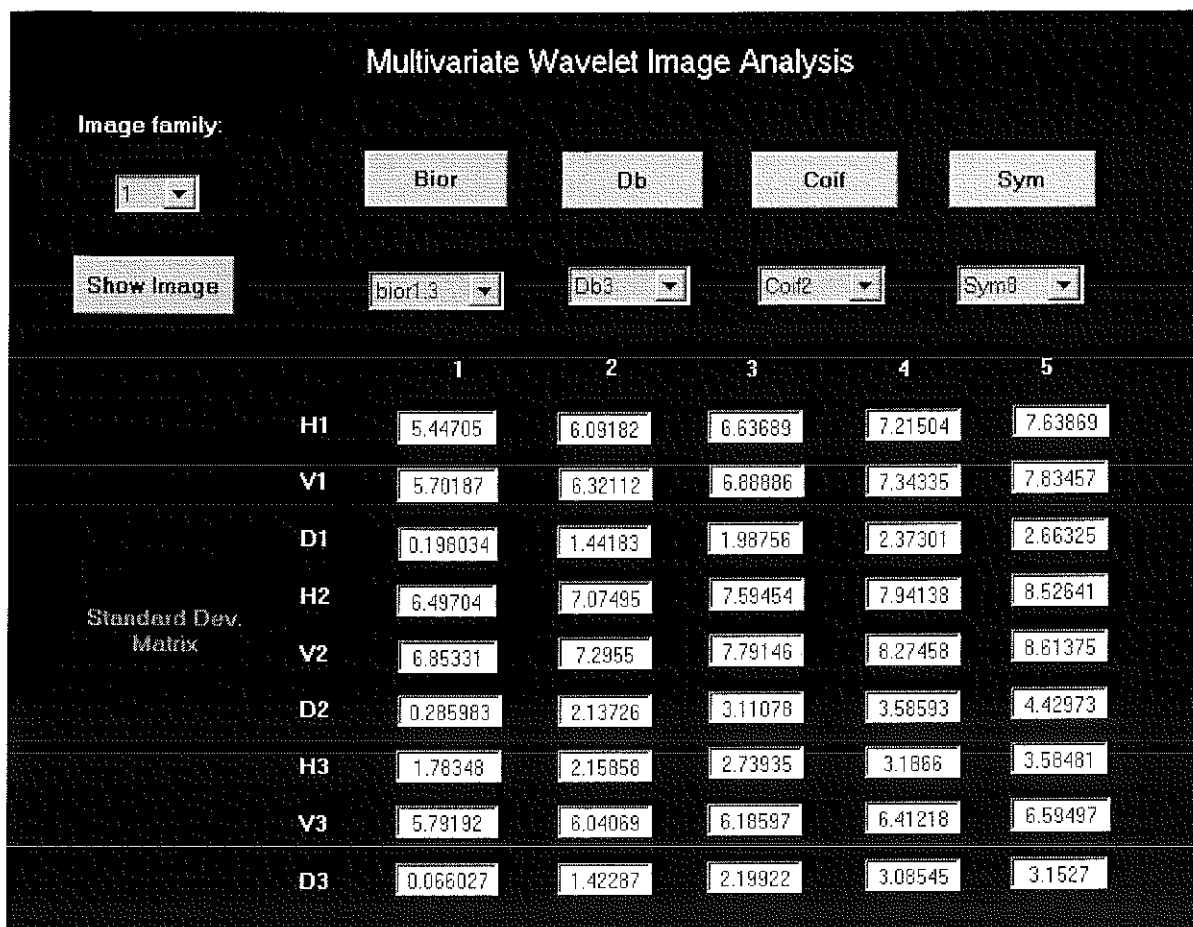


Figura 4. Interfaccia utente della procedura (vedi testo).

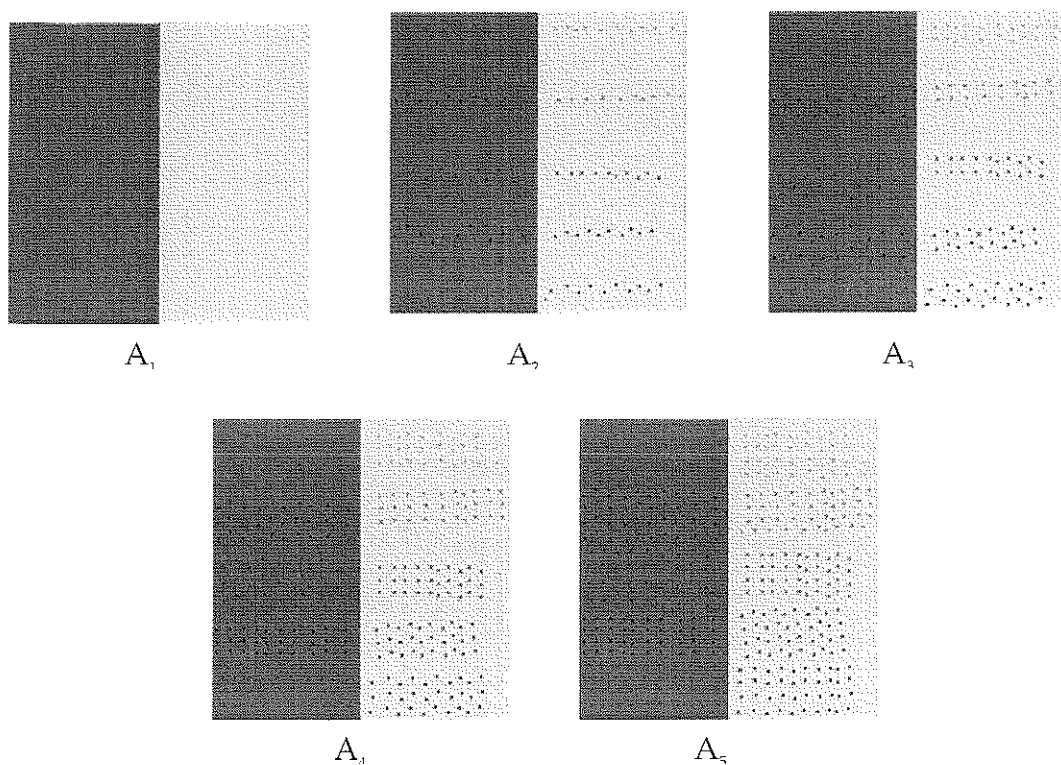


Figura 5. Immagini usate per l'esempio riportato.

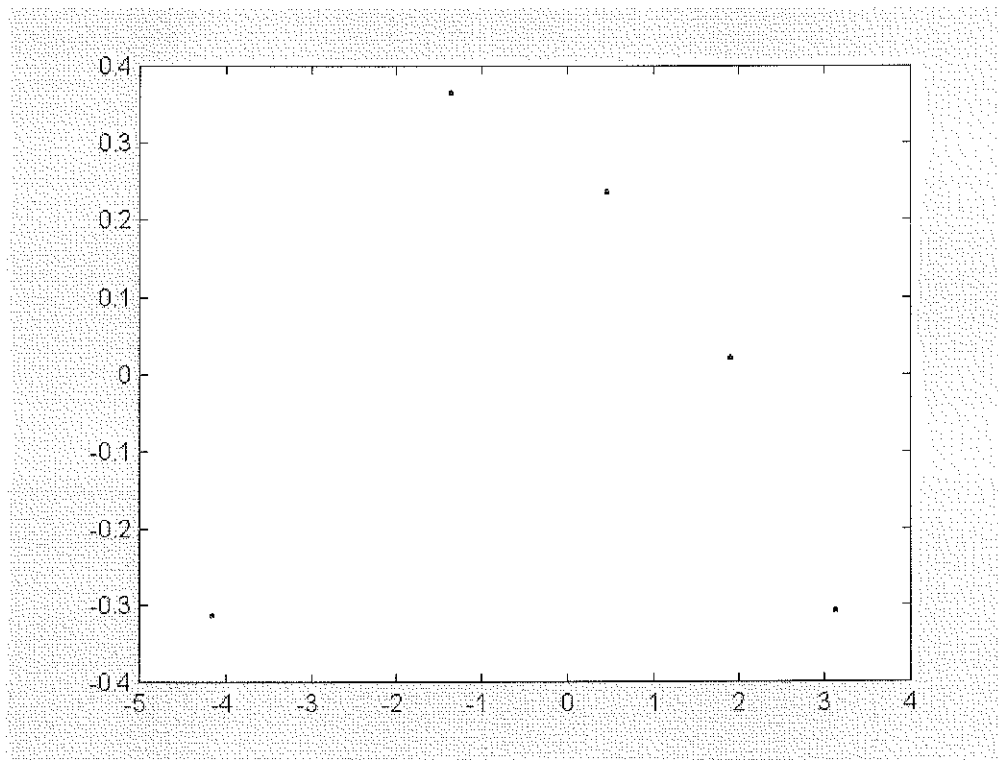


Figura 6. Grafico dei punti calcolati dalla procedura per le immagini di riferimento  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$  e  $A_5$ , (in blu) e per l'immagine di misura  $A_1$  (in rosso).

## Risultati e discussione

Si riportano i risultati ottenuti applicando differenti tipi di wavelet all'insieme di riferimento costituito dalle immagini  $D_1, D_2, D_3, E_1, E_2$  (vedi figura 7).

Le immagini della serie D sono ottenute prendendo un'immagine di partenza costituita da due bande verticali di  $100 \times 200$  pixel, una con valore di luminanza  $L = 100$  e l'altra con  $L = 200$ ;  $D_1$  contiene un quadrato di  $14 \times 14$  pixel con  $L = 60$ , situato sulla striscia con  $L = 100$ , e un rettangolo di  $10 \times 20$  pixel con  $L = 120$ , situato sulla striscia con  $L = 200$ . Le immagini  $D_2$  e  $D_3$  contengono un rettangolo e un quadrato con aree eguali rispettivamente a 400 e 500 pixel.

Le immagini  $E_1$  e  $E_2$  sono state ottenute trattando le immagini  $D_1$  e  $D_2$  con un filtro di tipo passa-basso e con l'aggiunta di un rumore uniforme: in particolare sono stati usati i moduli Normal filter-Soften e Add Noise-Normal (3%) del programma Paint Shop.

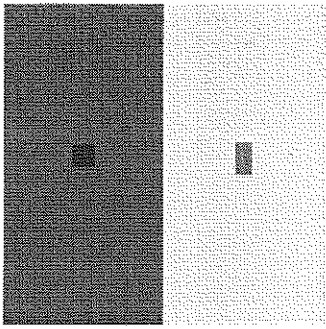
Le cinque immagini dell'insieme di riferimento sono state trasformate mediante le seguenti funzioni wavelet: bior1.5, bior2.2, bior3.1, bior4.4, bior5.5, bior6.8; db1, db10; coif1, coif5; sym2, sym8. Sono state considerate le 9 immagini di dettaglio ricavate sui primi 3 livelli di trasformazione e si sono calcolati i valori di deviazione standard degli istogrammi delle immagini; questi valori sono stati quindi elaborati mediante il modulo PCA della procedura.

La figura 8 riporta le coordinate dei punti del piano delle due prime componenti principali, associati a ciascun'immagine d'ingresso da ognuna delle 6 trasformate wavelet della famiglia bior: indipendentemente dal tipo di wavelet impiegata, i punti  $p_i$  associati alle immagini di tipo D si trovano nel semipiano opposto a quello in cui si trovano i punti  $p_i$  associati alle immagini di tipo E, mentre il centroide dell'insieme di cinque punti rimane sostanzialmente sull'origine del piano. Lo stesso tipo di comportamento si ottiene impiegando le funzioni wavelet delle altre famiglie. Per ciascuna wavelet si può determinare un'ellisse, oppure un cerchio con centro sull'origine del sistema di riferimento, che contiene i punti  $p_i$  ricavati nella fase di apprendimento.

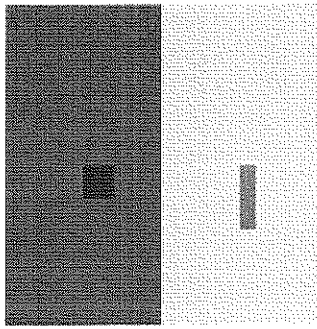
Nella fase di misura della procedura è stata impiegata l'immagine  $F_1$  (vedi figura 9), ottenuta trattando l'immagine  $D_1$  con i moduli Normal filter-Soften e Add Noise-Random (3%) del programma Paint Shop. La posizione del punto  $q$  associato all'immagine  $F_1$  varia al variare della funzione wavelet usata nella fase di apprendimento: infatti, fissato l'insieme di immagini di riferimento, per ciascun tipo di wavelet la procedura calcola una matrice di trasformazione  $B(n,n)$ , e in generale si hanno differenti matrici  $B$  per le differenti funzioni.

La figura 10 mostra le posizioni dei punti  $p_i$ , associati alle immagini di riferimento e del punto  $q$ , associato all'immagine di prova, ottenuti con quattro differenti funzioni wavelet: coif1, db1, bior1.5 e bior3.1. Il punto  $q$  risulta sempre separato dai punti di riferimento, ma può essere interno oppure esterno rispetto alla curva che racchiude i  $p_i$  (per esempio, l'ellisse disegnata in figura 10): in particolare il punto  $q$  ha la minima distanza dall'origine quando si usa la funzione coif1 (vedi figura 10a), e la massima distanza con la funzione bior 3.1 (vedi figura 10d).

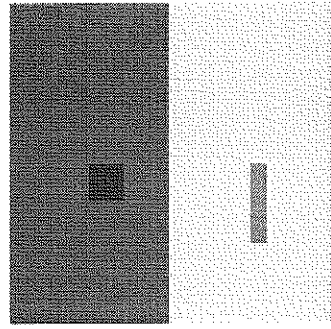




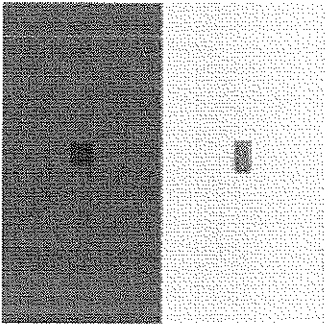
$D_1$



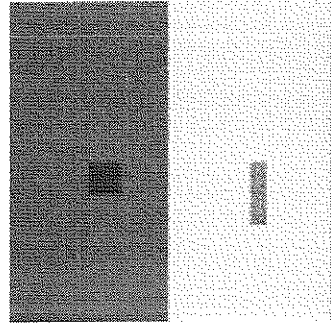
$D_2$



$D_3$



$E_1$



$E_2$

Figura 7. Immagini dell'insieme di riferimento.

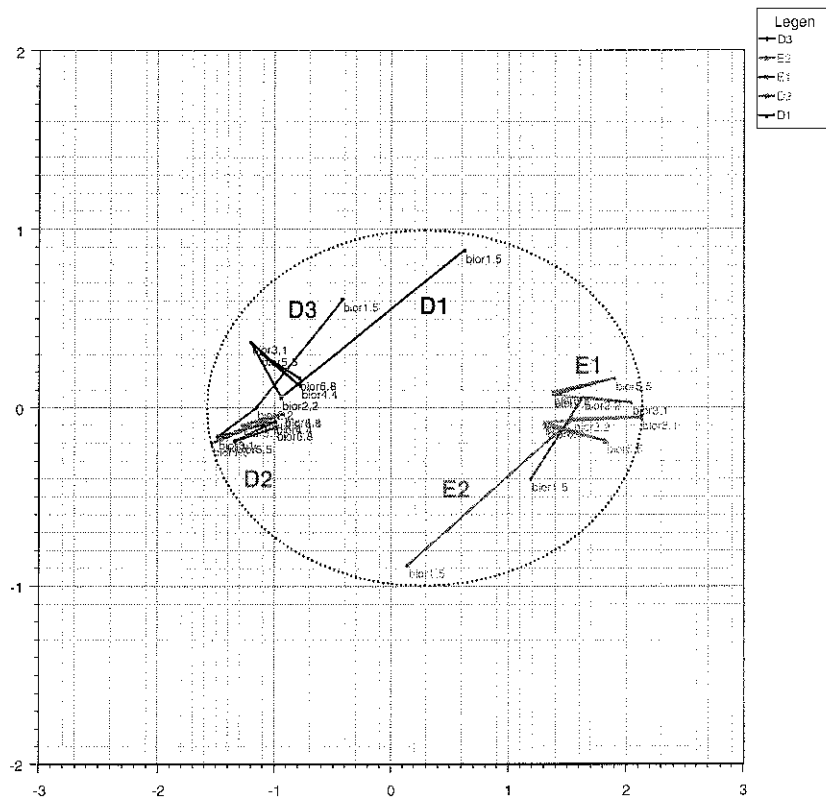
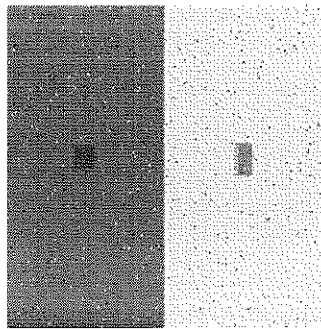


Figura 8. Posizioni dei punti associati alle immagini di riferimento al variare della funzione usata per la trasformata wavelet.



$F_1$

Figura 9. Immagine di prova.

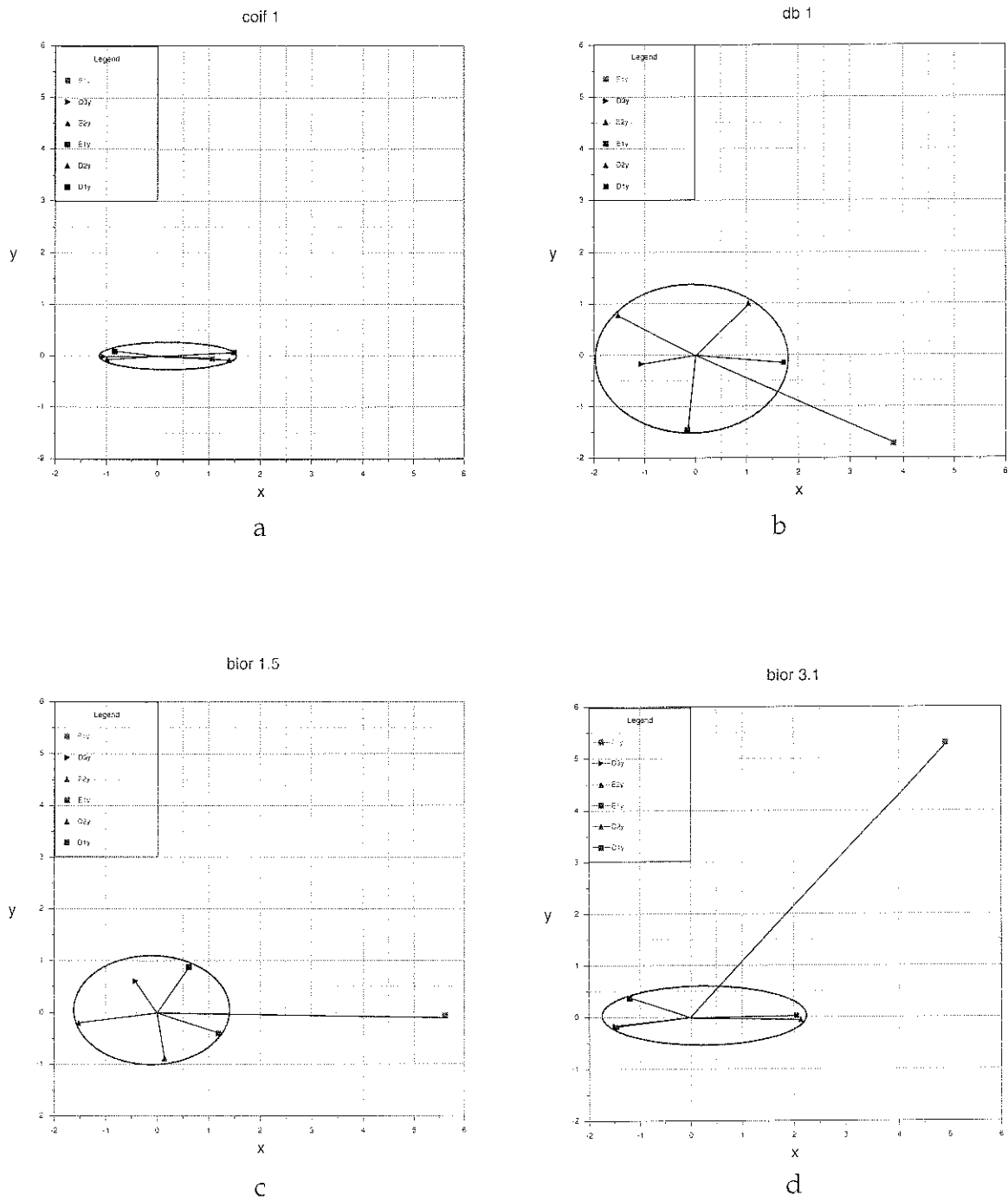


Figura 10. Posizioni dei punti  $p$ , associati alle immagini di riferimento e del punto  $q$ , associato all'immagine di prova, ottenuti con differenti trasformate wavelet. a: coif1; b: db1; c: bior1.5; d: bior3.1.

In conclusione, al variare del tipo di wavelet impiegato per la trasformazione di immagini si ottengono differenti immagini di dettaglio e conseguentemente differenti valori delle variabili associate a ciascun'immagine d'ingresso: sono inoltre differenti i risultati della trasformazione eseguita mediante la PCA.

Data una famiglia di immagini di riferimento e un'immagine di prova, che contiene il difetto minimo da rivelare, la procedura può essere ottimizzata valutando i risultati ottenuti.

Per esempio, preso il vettore degli autovalori  $S(1,n)$  calcolato nella fase di apprendimento, si possono calcolare i valori  $V_i = \frac{100 \times S_i}{\sum S_i}$ , dove  $S_i$  è l'i-esimo

elemento del vettore degli autovalori  $S(1,9)$ .  $P_i$  definisce in forma percentuale la variabilità spiegata da ciascuna componente principale della matrice  $A(m,n)$ , e quindi calcolando  $V = V_1 + V_2$  si ottiene la variabilità spiegata dalle prime due componenti principali, che definiscono le coordinate dei punti sul piano  $x,y$  ottenuti al termine della procedura.

Inoltre, si possono determinare il valore del raggio del cerchio minimo che contiene i punti  $p_i$  ( $R$ ), la distanza del punto  $q$  dal centro di questo cerchio ( $D$ ) ed il rapporto  $D/R$ ; in modo automatico si possono quindi determinare il tipo di funzione wavelet ed il numero di livelli di trasformazione che danno il valore massimo di  $V$  o di  $D/R$ .

Questa determinazione dev'essere fatta ogni volta che si cambia l'insieme delle immagini di riferimento.

