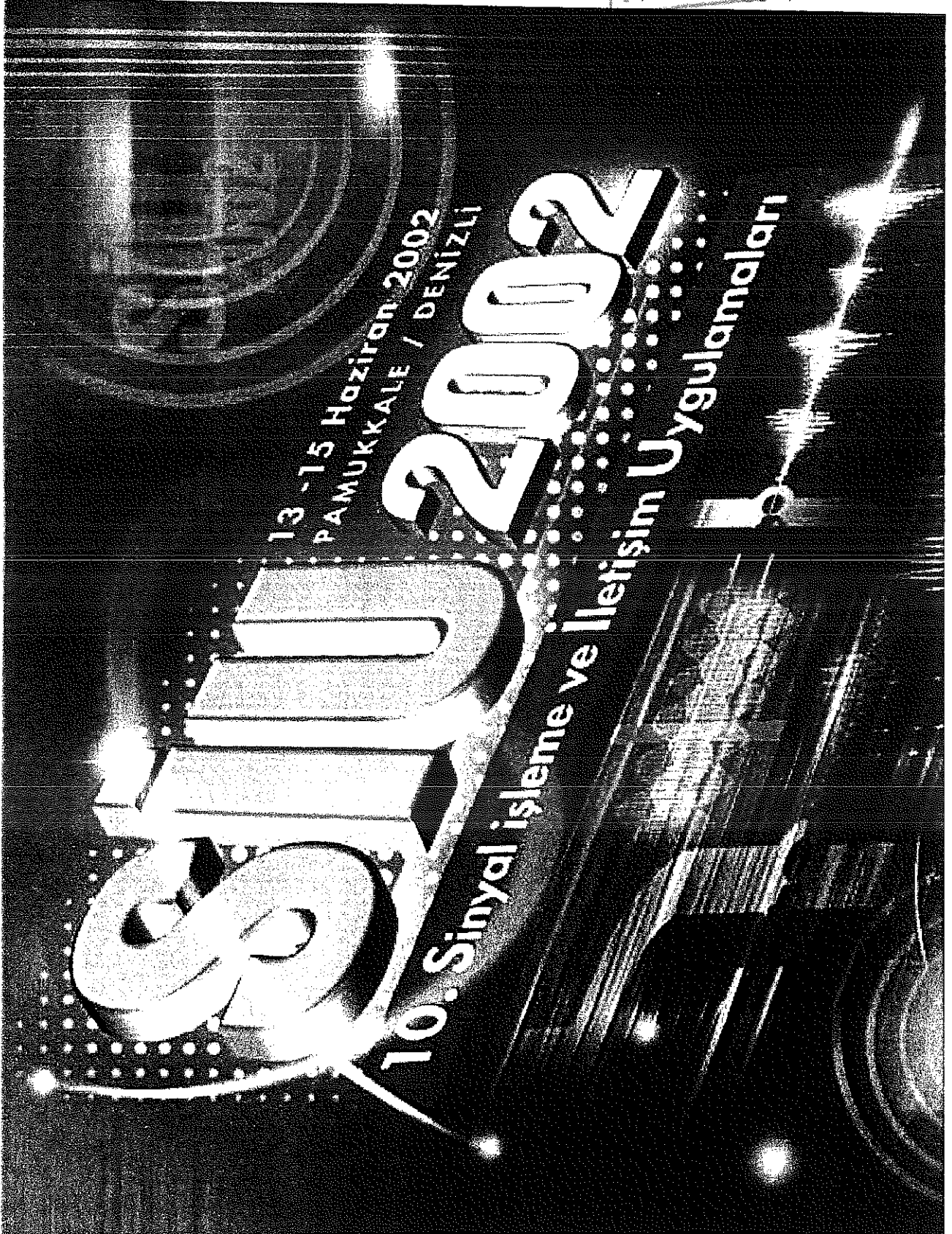


87-

87-01
1002

10th National Conference on Signal Processing and Telecommunications,
Pamukkale, Turkey, 13-15 June 2002.

15T. 22 INF.
BIBLIOTECA
ARCHIVIO
Posiz. 87-01
2002



Component Separation in Astronomy Images
Using Independent Factor Analysis

Bağımsız Etmen Çözümlemesi Kullanarak Astronomi İmgelerinde Bileşen Ayrıştırılması

Ercan Kuruoğlu, Luigi Bedini, Emanuele Salerno ve Anna Tonazzini
Istituto di Elaborazione della Informazione, Consiglio Nazionale delle Ricerche
Area della Ricerca di CNR Pisa, via G. Moruzzi 1, Pisa, 56124, İTALYA.
Tel: +39 050 315 3128, Fax: +39 050 315 2810
e-posta: kuruoglu@iei.pi.cnr.it

Özetçe

Astronomik mikrodalga imgeleri, kozmik mikrodalga arkaplan ışması, galaktik toz ve sinkrotron gibi birçok kaynağın karışımından oluşur. Bu imgeler ayrıca uzay-değişken (space-varying) dağılımlı duyucu gürültüsü tarafından kirletilmiştir. Bu kaynaklardan özellikle kozmik mikrodalga arkaplan ışması, evrenin başlangıç halinin resminin yapılması için vazgeçilmez olan bilgiler içerir. Bu ve diğer bilgilere ulaşmak için imgedeki kaynaklar ayrıştırılmalıdır. Bu çalışmada astronomi imgelerinin kaynak ayrıştırılmasında bağımsız etmen çözümlemesi (independent factor analysis) tekniğinin performansını inceliyoruz. Bu teknik, kaynaklar için bir istatistiksel model önermesi ve gürültü ile başedebilmesi bakımından klasik kaynak ayrıştırma tekniği olan bağımsız bileşen çözümlemesinden (independent component analysis) ayrılmaktadır.

1 Giriş

Astronomi imgeleri genellikle kozmik mikrodalga arkaplan ışması, galaktik toz, sinkrotron, galaksi dışı radyo kaynakları ve serbest salın (free-free emission) gibi değişik kaynakların ve duyucu gürültüsünün karışımından oluşur. Evren hakkında önemli bilgilerin edinmesi için bu kaynakların ayrıştırılması gerekir. Bu kaynaklardan mesela kozmik mikrodalga arkaplan ışması, büyük patlama kuramının (big-bang) önerdiği üzere büyük patlamada oluşan radyasyondan artakalmıştır ve doğru olarak kestiriminin bize evrenin ilk hali hakkında önemli bilgi vermesi beklenmektedir.

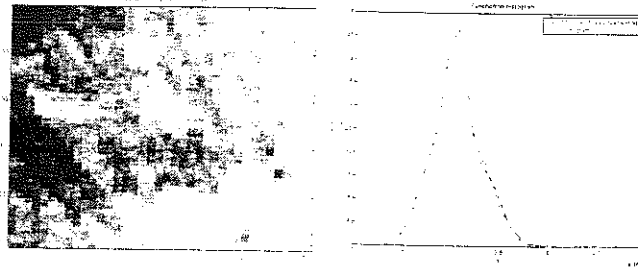
Geçmişte, bağımsız bileşen çözümlemesi (independent component analysis), astronomi imgelerinin ayrıştırılması için kullanılmış ve duyucu gürültüsünün ilmal edilemez düzeyde bulunduğu durumlarda bu tekniğin başarısız olduğu gözlemlenmiştir [2]. Ayrıca, bağımsız bileşen çözümlemesi tamamen gözü-kapalı bir teknik olduğundan astronomi imgelerindeki kaynaklar hakkında sahip olduğumuz bazı önsel (a priori) bilgilerden yararlanamaz. Biz bu makalede bu bilgileri kullanarak astronomik kaynaklar için soysal (generic) bir model geliştiriyoruz. Daha sonra kaynak ayrıştırması için, bu kaynak modelini kullanarak ve uzay-değişken dağılımlı gürültüyü dikkate alan bağımsız etmen çözümlemesini (independent factor analysis) öneriyoruz.

2 Kaynak Modelleri

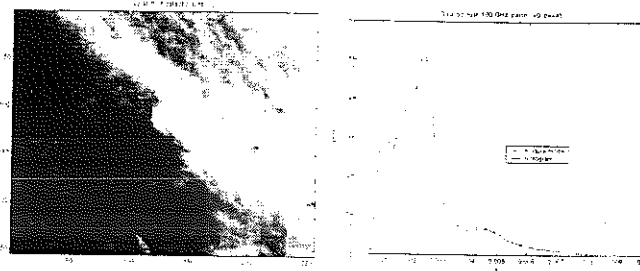
Kısıtlı yerden dolayı bu makalede sadece en önemli üç kaynak ile ilgileniyoruz: kozmik mikrodalga arkaplan ışınması, sinkrotron ve galaktik toz. Kozmik mikrodalga arkaplan ışınması, yazında çalışılmış ve kuramsal olarak Gauss dağılımlı olduğu gösterilmiştir. Tipik bir sinkrotron imge parçası ve karşılık gelen histogramı Şekil (1)'de ve tipik bir galaktik toz imge parçası ve histogramı Şekil (2)'de görülebilir. Histogramların çokdoruksü (multimodal) olmasından dolayı soysal ama basit bir model olan Gauss karışım modelini denedik. Bu dağılımın olasılık yoğunluk işlevi (probability density function) aşağıda görüldüğü gibi Gauss dağılımın basit bir çok doruksü genelleştirilmesidir:

$$p_X(x) = \sum_i a_i \exp\left(-\frac{(x - \mu_i)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1)$$

Yapılan benzetimler sonucu Şekil (1.b) ve Şekil (2.b)'de verilen uyumları elde ettik. Görüldüğü gibi Gauss karışım, astronomi kaynak imgeleri için çok uygun bir istatistiksel model oluşturuyor. Uzayın değişik bölünlerinden imgeler üzerine yaptığımız benzetimlerde sadece beş bileşenin iyi bir yaklaştıırma için yeterli olduğunu gördük.

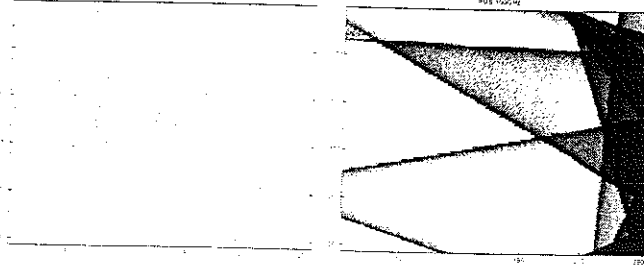


Şekil 1: a) Bir sinkrotron imge parçası. b) Histogram ve Gauss karışım uyumu.



Şekil 2: a) Bir galaktik toz imge parçası. b)Histogram ve Gauss karışım uyumu.

Uzayın aynı bölümüne karşılık gelen duycu gürültüsü de Şekil (3.a)'da görülebilir. Bu gürültü, duycudan kaynaklanan Gauss dağılımlı ama uzay-değişken (space-varying) bir gürültüdür. Bu özellik, duycunun gökyüzünü düzenli (regular) olmayan bir şekilde tarayarak aynı noktadan bazen birden çok defa geçmesi yüzünden ortaya çıkmaktadır. Şekil (3.b)'de verilen duycunun kök-ortalama-karesi (RMS) haritası uzay-değişkenliğini açıkça sergilemekte.



Şekil 3: a) PLANCK datasında görülmesi beklenen tipik bir gürültü imgesi, b) RMS haritası.

3 Bağımsız Etmen Çözümlemesi

Astronomi imgeleri bir doğrusal karışım olarak modellenenabilir:

$$y_i = \sum_{j=1}^L H_{ij} x_j + n_i, \quad i = 1, \dots, N. \quad (2)$$

Bu denklemde H , karışım matrisini, y_i değişik frekanslarda işleyen duyuçular tarafından gözlemlenen imgeleri, x_j kaynakları ve n_i bu frekans kanallarındaki gürültüyü temsil etmektedirler. Kaynak ayrıştırma problemi gözlemlenen y_i 'leri kullanarak H_{ij} ve x_j 'yi elde etmeyi amaçlar. Bu problemin çözümü için geliştirilmiş klasik teknik bağımsız bileşen çözümlemesidir. Ama bağımsız bileşen çözümlemesi idealize edilmiş bir problemi, karışım matrisinin kare olduğu, tersinin alınabildiği ve gürültünün ihmal edilebilir düzeyde olduğu bir özel durum için çözüm önerir. Gürültünün düzeyi arttıkça, tekniğin ayrıştırma performansı önemli ölçüde düşer [1]. Astronomi imgeleri probleminde duyuçular ve kaynak sayısı farklı olabilir ve gürültü ihmal edilemeyecek bir etmendir. Daha önce yazında, gürültüyü analize dahil eden yaklaşımlar olmuştur [3] ama bu teknikler de yüksek gürültü düzeylerinde düşük performans gösterir [2]. Bu çekinceleri yoketmek için, Moulines *ve ark.* [4] kaynakları Gauss karışımları ile modelleyen ve beklenti-embüytme algoritmasının (EM-algorithm) bir versiyonunu ile karışım matrisini ve kaynak dağılım parametrelerini kestiren bir teknik önermişlerdir. Daha sonra Attias, bağımsız etmen çözümlemesi adı verdiği bu tekniği kaynakların kestirimi için de kullanmıştır [1].

3.1 Kaynak Modeli

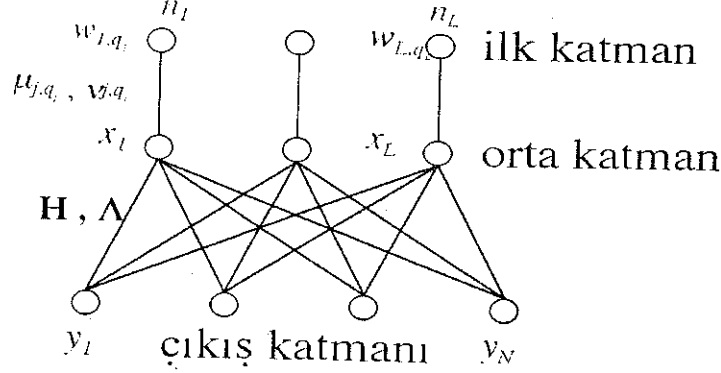
Kaynakları daha önce gösterildiği üzere Gauss karışımları ile modelliyoruz. Aynı zamanda kaynakların istatistiksel olarak bağımsız olduğunu varsayalım:

$$p(\mathbf{x}|\theta) = \prod_{i=1}^L p(x_i|\theta_i) = \sum_{\mathbf{q}} w_{\mathbf{q}} \mathcal{G}(\mathbf{x} - \mu_{\mathbf{q}}, \mathbf{V}_{\mathbf{q}}) = \sum_{\mathbf{q}} w_{\mathbf{q}} \sum_{i=1}^{n_i} w_{i,q_i} \mathcal{G}(x_i - \mu_{i,q_i}, \nu_{i,q_i}), \theta_i = \{w_{i,q_i}, \mu_{i,q_i}, \nu_{i,q_i}\} \quad (3)$$

$w_{\mathbf{q}}, \mu_{\mathbf{q}}, \mathbf{V}_{\mathbf{q}}$ sırasıyla karışım oranları, Gauss çekirdeklerin ortalama değerlerini ve standart sapmalarını içeriyorlar. \mathbf{x} vektörü kaynakları içeriyor. \mathbf{q} vektörü ise gözlemin karışımın hangi bileşeninden geldiğini belirtiyor.

3.2 Duyucu Modeli

Bağımsız etmen çözümü bir yapay sinir ağı şeklinde modellenilebilir. Şekil (4)'da bu sinir ağının grafik bir modeli görülebilir.



Şekil 4: Bağımsız etmen çözümü. İlk katman, karışımındaki bileşenin geldiği Gauss kernelinin olasılığını belirleyen \mathbf{q} parametresi tarafından karakterize ediliyor. Orta katmandan son katmana geçiş de karışım matrisi \mathbf{H} ve gürültünün ortak değişinti matrisi $\mathbf{\Lambda}$ tarafından karakterize ediliyor.

Kaynak vektörü \mathbf{x} 'in verilen bileşen üzere olasılığı Gauss dağılıma sahiptir:

$$p(\mathbf{x}|\mathbf{q}) = \mathcal{G}(\mathbf{x} - \mu_{\mathbf{q}}, \mathbf{V}_{\mathbf{q}}) \quad (4)$$

Duyucu vektörü \mathbf{y} 'in verilen kaynak vektörü \mathbf{x} üzere olasılığı gürültünün Gauss dağılımlı olmasından hareket ederek şöyle verilir:

$$p(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = \mathcal{G}(\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}, \mathbf{\Lambda}) \quad (5)$$

Duyucu vektörü ve kaynak vektörünün ortak yoğunluğu ise

$$p(\mathbf{q}, \mathbf{x}, \mathbf{y}|\mathbf{W}) = p(\mathbf{q}) p(\mathbf{x}|\mathbf{q}) p(\mathbf{y}|\mathbf{x}) \quad (6)$$

şeklinde ifade edilir ($\mathbf{W} = (\mathbf{H}, \theta, \mathbf{\Lambda})$: kestirilecek değişkenler). O zaman, duyucu vektörünün dağılımı şöyledir:

$$p(\mathbf{y}|\mathbf{W}) = \sum_{\mathbf{q}} \int d\mathbf{x} p(\mathbf{q}) p(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{q}} p(\mathbf{q}) p(\mathbf{y}|\mathbf{q}) \quad (7)$$

$$p(\mathbf{y}|\mathbf{q}) = \mathcal{G}(\mathbf{y} - \mathbf{H}\mu_{\mathbf{q}}, \mathbf{H}\mathbf{V}_{\mathbf{q}}\mathbf{H}^T + \mathbf{\Lambda}) \quad (8)$$

3.3 Modelin Öğrenilmesi

Duyucu model yoğunluğu ve ölçülen yoğunluk arasındaki uzaklığı veren hata fonksiyonu olarak Kullback-Leibler uzaklığını kullanıyoruz.

$$J(\mathbf{W}) = \int d\mathbf{y} p^0(\mathbf{y}) \log \frac{p^0(\mathbf{y})}{p(\mathbf{y}|\mathbf{W})} = -E[\log p(\mathbf{y}|\mathbf{W})] - H_{p^0}. \quad (9)$$

(E : veri üzerinden ortalama (estimation) işlevi. H_p : entropi, $p^0(y)$: gözlemlerin olasılığı, $p(\mathbf{y}|\mathbf{W})$: modelin olasılığı).

3.3.1 Beklenti-Enbüyütme (EM) Algoritması

Öğrenme algoritması beklenti-embüyütme algoritmasının bir farklılaşması olarak elde edilir [1].
Enbüyütme adımı:

$$\mathbf{H} = E[\mathbf{y} \langle \mathbf{x} | \mathbf{y} \rangle] (E \langle \mathbf{x} \mathbf{x}^T | \mathbf{y} \rangle)^{-1} \quad (10)$$

$$\mathbf{\Lambda} = E[\mathbf{y} \mathbf{y}^T] - E[\mathbf{y} \langle \mathbf{x}^T | \mathbf{y} \rangle \mathbf{H}^T] \quad (11)$$

$\langle \cdot \rangle$: kestirim işleci.

Beklenti hesaplama adımı:

$$\mu_{i,q_i} = \frac{E p(q_i | \mathbf{y}) \langle x_i | q_i, \mathbf{y} \rangle}{E p(q_i | \mathbf{y})}, \quad \nu_{i,q_i} = \frac{E p(q_i | \mathbf{y}) \langle x_i^2 | q_i, \mathbf{y} \rangle}{E p(q_i | \mathbf{y})} - \mu_{i,q_i}^2, \quad w_{i,q_i} = E p(q_i | \mathbf{y}) \quad (12)$$

$$\langle \mathbf{x} | \mathbf{y} \rangle = \sum_{\mathbf{q}} p(\mathbf{q} | \mathbf{y}) \langle \mathbf{x} | \mathbf{q}, \mathbf{y} \rangle, \quad \langle \mathbf{x} | \mathbf{q}, \mathbf{y} \rangle = \rho_{\mathbf{q}}(\mathbf{y}), \quad (13)$$

$$\langle \mathbf{x} \mathbf{x}^T | \mathbf{q}, \mathbf{y} \rangle = (\mathbf{H}^T \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{H} + \mathbf{V}_{\mathbf{q}}^{-1})^{-1} + \rho_{\mathbf{q}}(\mathbf{y}) \rho_{\mathbf{q}}(\mathbf{y})^T, \quad (14)$$

$$\rho_{\mathbf{q}}(\mathbf{y}) = (\mathbf{H}^T \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{H} + \mathbf{V}_{\mathbf{q}}^{-1})^{-1} (\mathbf{H}^T \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{y} + \mathbf{V}_{\mathbf{q}}^{-1} \mu_{\mathbf{q}}) \quad (15)$$

$$p(q_i | \mathbf{y}) \langle x_i | q_i, \mathbf{y} \rangle = \sum_{\{q_j\}_{j \neq i}} p(\mathbf{q} | \mathbf{y}) \langle x_i | \mathbf{q}, \mathbf{y} \rangle, \quad (16)$$

$$p(q_i | \mathbf{y}) \langle x_i^2 | q_i, \mathbf{y} \rangle = \sum_{\{q_j\}_{j \neq i}} p(\mathbf{q} | \mathbf{y}) \langle x_i^2 | \mathbf{q}, \mathbf{y} \rangle. \quad (17)$$

3.4 Kaynak Kestirimi

Verilen "posterior"lar için enküçük kareler kestiricisi (least squares estimator) kullanıyoruz [1].

$$\mathbf{x}^{LS}(\mathbf{y}) = \langle \mathbf{x} | \mathbf{y} \rangle = \int d\mathbf{x} \mathbf{x} p(\mathbf{x} | \mathbf{y}, \Pi) \quad (18)$$

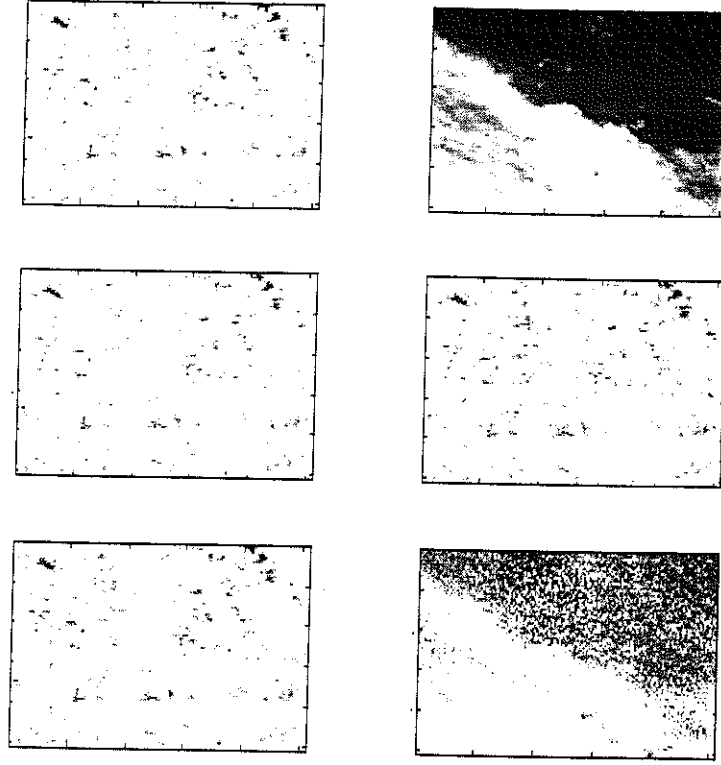
$$p(\mathbf{x} | \mathbf{y}, \Pi) = \sum_{\mathbf{q}} p(\mathbf{q} | \mathbf{y}) p(\mathbf{x} | \mathbf{q}, \mathbf{y}) \Rightarrow \mathbf{x}^{LS}(\mathbf{y}) = \sum_{\mathbf{q}} p(\mathbf{q} | \mathbf{y}) (\mathbf{A}_{\mathbf{q}} \mathbf{y} + \mathbf{b}_{\mathbf{q}}) \quad (19)$$

$$\mathbf{A}_{\mathbf{q}} = (\mathbf{H}^T \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{H} + \mathbf{V}_{\mathbf{q}})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{\Lambda}^{-1} \quad \mathbf{b}_{\mathbf{q}} = (\mathbf{H}^T \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{H} + \mathbf{V}_{\mathbf{q}})^{-1} \mathbf{V}_{\mathbf{q}}^{-1} \mu_{\mathbf{q}}. \quad (20)$$

4 Sonuçlar

Bağımsız etmen çözümlenmesinin astronomi görüntülerinin ayrıştırılmasındaki performansını ölçmek için, sentetik olarak galaktik toz ve kozmik mikrodalga arkaplan ışması karışımları oluşturuldu. Üzerine yine sentetik olarak % 3 oranında duyucu gürültüsü eklendi. Bu karışımların daha sonra bağımsız etmen çözümlenmesi ile ayrıştırılmasına çalışıldı. İlk aşamada kaynak dağılım parametreleri sabit, biliniyor kabul edilerek sadece karışım matrisinin hesaplanmasına çalışıldı. Kullandığımız kaynak dağılım parametrelerini, EM algoritması kullanarak, elimizde bulunan teorik ama gerçekçi bileşen haritalarının histogramlarını Gauss karışımlar ile modelleyerek elde ettik. Bu durumda karışım matrisi çok yakın bir şekilde kestirildi. (Aşağıda \mathbf{H}_0 : gerçek karışım matrisi, \mathbf{H} : kestirilen matris.)

$$\mathbf{H}_0 = \begin{bmatrix} 1.000 & 1.000 \\ 1.140 & 0.680 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1.000 & 1.000 \\ 1.140 & 0.625 \end{bmatrix}. \quad (21)$$



Şekil 5: Kozmik mikrodalga arkaplan ışıması ve galaktik toz karışımının ayrıştırılması. Üst sıra: temiz kozmik mikrodalga arkaplan ışıması ve galaktik toz kaynakları. Orta sıra: Gürültüyü de içeren karışımlar. Alt sıra: Kaynak kestirimleri.

Bu matrisi kullanarak kaynak ingeleri de hesapladık. Şekil (5)'de görüldüğü gibi kozmik mikrodalga arkaplan ışıması çok iyi bir şekilde kestirildi. galaktik toz ise biraz gürültülü de olsa yaklaşık olarak elde edildi.

Kaynak dağılım parametrelerinin de bilinmediği durumda ise bağımsız etmen çözümlemesi ile iyi sonuçlar elde edilemedi. Algoritmanın yerel optimumlarda takıldığı gözlemlendi. Çalışmanın devamında, kaynak parametrelerinin kestirimi için tavlama benzetimi (simulated annealing) gibi evrensel optimizasyon algoritmalarının performansına bakacağız.

Kaynakça

- [1] Attias, H. "Independent factor analysis". *Neural computation*, 11, s. 803-851, 1999.
- [2] Baccigalupi, C., L. Bedini, C. Burigana, G. de Zotti, A. Farusi, D. Maino, M. Maris, F. Perrotta, E. Salerno, L. Toffolatti ve A. Tonazzini. "Neural networks and the separation of cosmic microwave background and astrophysical signals in sky maps". *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 318, s. 769-780, 2000.
- [3] Hyvarinen, A. "Noisy independent component analysis, maximum likelihood estimation, and competitive learning". *1998 IEEE World Congress on Computational Intelligence*, 3, s. 2282-7.
- [4] Moulines, E., J.F. Cardoso ve E. Gassiat. "Maximum likelihood for blind separation and deconvolution of noisy signals using mixture models." *Proceedings of ICASSP'97*, 5, s. 3617-20.