

*Consiglio Nazionale delle Ricerche*

**ISTITUTO DI ELABORAZIONE  
DELLA INFORMAZIONE**

**PISA**

**CORREZIONI DELLE PIU' COMUNI DISTORSIONI  
GEOMETRICHE DI SCENE TERRESTRI TELERILEVATE DA  
AEREO O DA SATELLITE  
PROGETTO PILOTA DI TELERILEVAMENTO**

**P.L. Casalini, A. Tonzini**

Nota interna B4-38  
Marzo 1986

# CORREZIONE DELLE PIU' COMUNI DISTORSIONI GEOMETRICHE DI SCENE TERRESTRI TELERILEVATE DA AEREO O DA SATELLITE

P.L. Casalini - A. Tonazzini

## 1. INTRODUZIONE

In questo lavoro viene descritto un package software realizzato presso l'Istituto di Elaborazione della Informazione del CNR di Pisa per il trattamento digitale di scene prodotte mediante sistemi di telerilevamento terrestre. In particolare il package e' rivolto alla correzione delle distorsioni geometriche da cui tale tipo di immagini risultano sempre affette.

La natura stessa dell'oggetto ripreso (la terra), e il sistema di acquisizione usato (sia camera metrica o apparati a scansione, montati su piattaforma aerea o su satellite) producono alterazioni nella geometria dell'immagine risultante.

Tali alterazioni possono essere comuni ai sistemi di ripresa da aereo o da satellite, o legate alla particolare struttura della piattaforma, e inoltre possono essere sistematiche o casuali. Nel caso di distorsioni sistematiche, opportune apparecchiature presenti a bordo del velivolo forniscono i parametri necessari alla determinazione della esatta trasformazione di correzione; nel caso di distorsioni casuali si ricorrera' ad una stima di tale trasformazione facendo uso della corrispondenza fra punti di riferimento a terra e sull'immagine.

In questo lavoro verranno descritte le tecniche di correzione, implementate nel package software suddetto, per le piu` comuni distorsioni geometriche sistematiche.

## 2. LE DISTORSIONI GEOMETRICHE DI IMMAGINI TELERILEVATE

Le immagini del territorio acquisite mediante telerilevamento risultano sempre affette da diversi tipi di distorsioni sia di natura geometrica che radiometrica, dipendenti dal sistema di acquisizione e dall'oggetto stesso da riprendere.

Le piu` comuni cause delle degradazioni geometriche possono essere cosi` riassunte:

- a) aberrazioni del sistema ottico di acquisizione
- b) non linearita` del sistema di scansione
- c) instabilita` della piattaforma su cui si trovano i sensori
- d) rotazione e forma della terra
- e) morfologia della scena stessa da riprendere.

Esse producono vari tipi di distorsioni geometriche, fra le quali sono particolarmente significative:

### 1) La distorsione panoramica.

Questa distorsione e` tipica degli apparati dei sistemi di ripresa a scansione. Essa e` dovuta al fatto che l'immagine non si forma su una superficie piana, bensì su una superficie cilindrica coassiale alla direzione di volo, a causa del movimento rotatorio dello specchio usato per riprendere la scena.

## 2) Distorsione di rollio, beccheggio e sbandamento.

Tale distorsione si presenta sia per i sistemi di ripresa fotografici, sia per quelli a scansione, ed è particolarmente evidente in immagini telerilevate da piattaforma aerea.

La descrizione della distorsione richiede la preliminare definizione di tre direzioni: la direzione di volo, la direzione del nadir coincidente con la verticale del suolo del velivolo e la direzione perpendicolare alle prime due (che nel caso dei sistemi di ripresa a scansione coincide con la direzione di scansione stessa). Si ha allora:

### a) Rollio.

È l'errore dovuto al cambiamento di assetto (rotazione) della piattaforma di ripresa rispetto alla direzione di volo. Esso produce una compressione dell'immagine da una parte e una dilatazione dall'altra in direzione perpendicolare a quella di volo.

### b) Beccheggio.

È l'errore dovuto al cambiamento di assetto (rotazione) della piattaforma di ripresa rispetto alla direzione perpendicolare a quella di volo. Esso produce ancora una compressione e una dilatazione sui bordi dell'immagine ora però nella direzione di volo. In particolare in sistemi di ripresa a scansione causa una variazione della distanza sul suolo tra le linee stesse di scansione.

### c) Sbandata.

È l'errore dovuto al cambiamento di assetto (rotazione) della piattaforma di ripresa rispetto alla direzione del nadir. Essa causa una rotazione del piano dell'immagine.

### 3) Distorsione dovuta alla rotazione della terra.

Si presenta principalmente nel telerilevamento da satellite che utilizza sempre mezzi di ripresa a scansione.

Poiche` durante il tempo di acquisizione dell'intera immagine la terra ha ruotato attorno al suo asse si ha uno spostamento graduale delle successive linee di scansione. Questo fa si` che a linee oblique sul terreno corrispondano linee verticali sull'immagine.

### 4) Distorsione dovuta al cambiamento di quota.

Causa un errore di scala per cui sull'immagine si ha un effetto di riduzione o di amplificazione. Tale distorsione si verifica solo nel caso di telerilevamento aereo.

### 5) Errore di prospettiva.

Dipende dalla non uniforme curvatura della superficie terrestre e dall'errore di parallasse per quei punti della terra dove vi sono rilievi. Tale distorsione e` presente sia nelle riprese da satellite che da aereo, fotografiche e a scansione.

## 3. LA TECNICA DI CORREZIONE DI DISTORSIONI GEOMETRICHE

In questo paragrafo si prendera` in esame la tecnica piu` comunemente usata per la correzione di distorsioni geometriche per le quali sia nota la trasformazione  $R=(R_x, R_y)$  causa della distorsione stessa (distorsioni sistematiche). Tale metodo e` valido in generale per la realizzazione di qualunque tipo di trasformazione geometrica di un'immagine.

Indicando con  $(x',y')$  le coordinate, sul piano immagine, dei punti dell'immagine corretta, e con  $(x,y)$  quelle dell'immagine distorta, varrà la seguente relazione:

$$\begin{cases} x = R_x(x',y') \\ y = R_y(x',y') \end{cases}$$

Allora per correggere la distorsione è sufficiente conoscere  $R^{-1}=(R_x^{-1},R_y^{-1})$  cioè effettuare la trasformazione:

$$\begin{cases} x' = R_x^{-1}(x,y) \\ y' = R_y^{-1}(x,y) \end{cases}$$

Tale trasformazione è illustrata in fig.1.

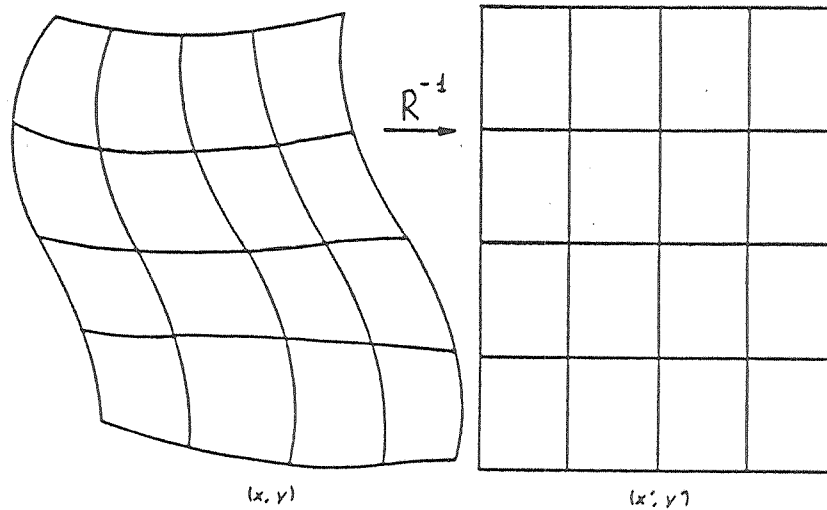


Fig.1

Si tratta cioè, noto un punto  $(x,y)$  sull'immagine distorta, di calcolare il suo corrispondente  $(x',y')$  sull'immagine ideale, al quale viene associato il valore fotometrico di  $(x,y)$ .

Questo modo di procedere è tuttavia puramente teorico, sia perché spesso il calcolo della  $R^{-1}$  risulta difficoltoso, sia perché, dovendo lavorare in modo numerico sulle immagini digitalizzate, le cose si complicano notevolmente. L'immagine distorta digitalizzata è infatti rappresentata da una matrice  $A$  i cui elementi rappresentano i livelli di grigio di punti equidistanziati (pixels) del piano dell'immagine continua. Analogamente l'immagine corretta da ricostruire verrà rappresentata con una matrice  $B$ .

Indicando con  $(i,j)$  le coordinate del generico pixel di  $A$ , applicando ad esse la trasformazione  $R^{-1}$  di cui sopra si otterrà in generale una coppia  $(u,v)$  di coordinate reali.

Pensando di associare il livello di grigio che compete al pixel  $(i,j)$  di  $A$  al pixel a coordinate intere di  $B$  che meglio approssima  $(u,v)$ , succederà ovviamente che alcuni pixels di  $B$  verranno ricoperti più volte, mentre altri non lo saranno per niente (questo in maniera più o meno marcata anche a seconda dell'entità della deformazione).

In altre parole la matrice  $B$  così costruita non corrisponderebbe al risultato del campionamento effettuato sull'immagine analogica corretta, come invece si vorrebbe che fosse. Si preferisce allora adottare un approccio diverso.

Dato cioè ogni pixel a coordinate  $(i,j)$  di  $B$  (immagine corretta da ricostruire) si va ad effettuare la trasformazione:

$$\begin{cases} u = R_x(i,j) \\ v = R_y(i,j) \end{cases}$$

In generale la coppia  $(u,v)$  a valori reali non definirà un pixel di A, tuttavia, poiché A è nota completamente, sarà possibile effettuare un ricampionamento di essa, cioè un'interpolazione dei suoi valori che permetterà di associare un livello di grigio al punto  $(u,v)$  e quindi al pixel  $(i,j)$  di B.

Questo problema di ricampionamento si riallaccia a quello della ricostruzione analogica di un segnale discreto e verrà preso in esame nei prossimi due paragrafi.

#### 4. LA RICOSTRUZIONE ANALOGICA DI IMMAGINI DIGITALI

Il teorema del campionamento afferma che un'immagine  $f(x,y)$  a banda limitata può essere ricostruita in forma analogica perfettamente purché i suoi campioni siano prelevati a frequenza maggiore o uguale al doppio della sua larghezza di banda. La formula di ricostruzione è allora data da:

$$f(x,y) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} f(x_n, y_m) \frac{\sin \tilde{\omega}_x / T_x (x-x_n)}{\tilde{\omega}_x / T_x (x-x_n)} \frac{\sin \tilde{\omega}_y / T_y (y-y_m)}{\tilde{\omega}_y / T_y (y-y_m)}$$

che esprime l'immagine analogica come interpolazione dei suoi campioni con funzioni di tipo sinc.

Tale formula può essere vista come la risposta al segnale campionato  $f_c(x,y)$  definito da:



$$f_c(x,y) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} f(x_n, y_m) \delta(x-x_n) \delta(y-y_m)$$

di un sistema lineare di point spread function  $h(x,y)$  espressa da

$$h(x,y) = \frac{\sin \tilde{\omega}_x / T_x}{\tilde{\omega}_x} \frac{\sin \tilde{\omega}_y / T_y}{\tilde{\omega}_y}$$

e con risposta in frequenza data da

$$H(f_x, f_y) = \chi(f_x) \chi(f_y)$$

$$\left[ \frac{-1}{2T_x}, \frac{1}{2T_x} \right] \quad \left[ \frac{-1}{2T_y}, \frac{1}{2T_y} \right]$$

L'operazione di ricostruzione di un segnale continuo, a partire dal segnale campionato, e' quindi un'operazione di filtraggio di tipo passa-basso ideale.

In fig.2 e fig.3 vengono riportati, per il caso monodimensionale, il grafico della funzione sinc e un esempio di ricostruzione ideale.

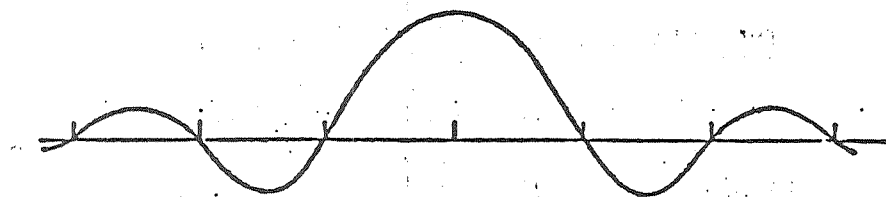


Fig. 2

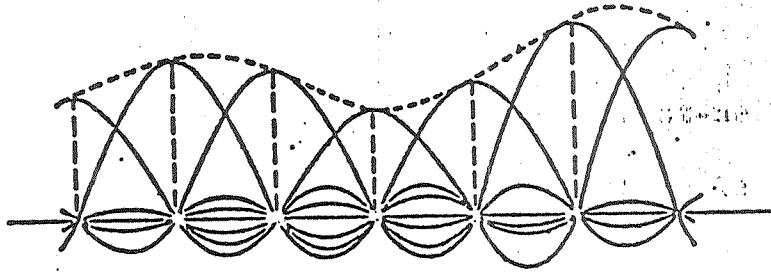


Fig. 3

Tale filtro tuttavia non è mai realizzabile in pratica, né per ricostruzioni digitali, né per ricostruzioni analogiche. Risulta allora necessario fare ricorso ad altre funzioni di interpolazione che approssimino la sinc e che non presentino incompatibilità con un utilizzo pratico.

L'utilizzo di filtri di ricostruzione non ideali porta sempre a una perdita di risoluzione nell'immagine, dovuta all'attenuazione delle alte frequenze spaziali in essa contenute, e all'introduzione di alte frequenze spaziali artefatte.

Fra tutte le possibili funzioni di interpolazione le più usate sono:

1) interpolazione del primo ordine o nearest-neighbor.

In questo caso la funzione  $h(x,y)$  usata ha la seguente forma:

$$h_1(x,y) = \chi_{(x)} \left[ \frac{-T_y}{2}, \frac{T_y}{2} \right] \chi_{(y)} \left[ \frac{-T_x}{2}, \frac{T_x}{2} \right]$$

In fig. 4, 5, 6 sono riportati rispettivamente, per il caso monodimensionale, il grafico della  $h_1$ , un esempio di ricostruzione di un segnale mediante tale  $h_1$ , e la trasformata di Fourier della  $h_1$ .

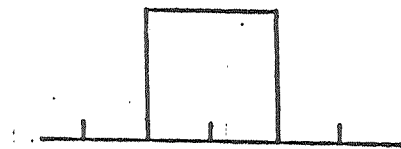


Fig. 4

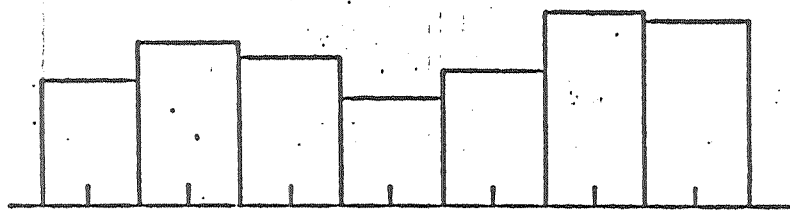


Fig. 5

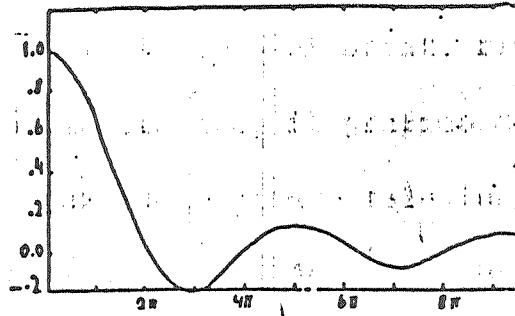


Fig. 6

Si noti come quest'ultima si discosta pesantemente dal filtro passa-basso ideale richiesto da teorema di Shannon.

2) Interpolazione del secondo ordine o interpolazione bilineare.

La  $h(x,y)$  assume qui la seguente forma:

$$h_2(x,y) = \Lambda_{T_x}(x) \Lambda_{T_y}(y)$$

dove

$$\Lambda_{T(T)} = \begin{cases} 1 - \frac{|x|}{T} & \text{per } |x| \ll T \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

In figg. 7,8,9 sono riportati rispettivamente, per il caso monodimensionale, il grafico della  $h_2$ , un esempio di ricostruzione

mediante tale funzione e la trasformata di Fourier della  $h_2$ . Anche in questo caso essa si discosta molto dal filtro passa-basso ideale.

### 3) Interpolazione del terzo ordine o interpolazione bicubica.

In questo caso la  $h(x,y)$  e' definita da una funzione spline di ordine tre espressa da

$$h_3(x,y) = b_{Tx}(x) b_{Ty}(y)$$

dove

$$b_T(t) = \begin{cases} 1 - 2 \frac{|t|^2}{|T|} + \frac{|t|^3}{|T|} & 0 \leq |t| < T \\ 4 - 8 \frac{|t|}{|T|} + 5 \frac{|t|^2}{|T|} - \frac{|t|^3}{|T|} & T \leq |t| < 2T \\ 0 & |t| \geq 2T \end{cases}$$

Nelle figg. 10,11 sono riportati rispettivamente il grafico di  $b_T(t)$  e il grafico della relativa trasformata di Fourier.

Rispetto alle funzioni di interpolazione precedenti si puo' osservare che la  $b_T(t)$  approssima con maggior accuratezza la sinc ed, equivalentemente, la sua trasformata di Fourier meglio si avvicina al filtro passa-basso ideale richiesto dal teorema di Shannon.

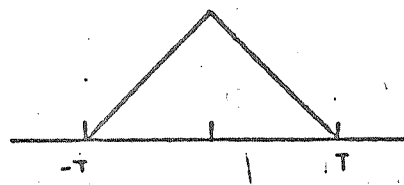


Fig. 7

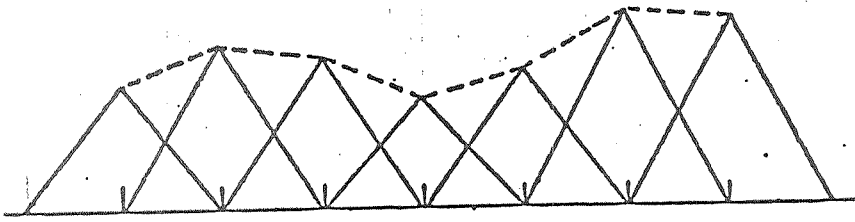


Fig. 8

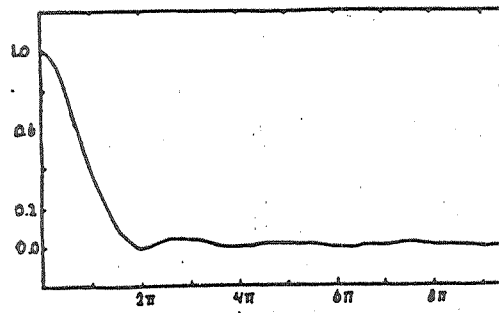


Fig. 9

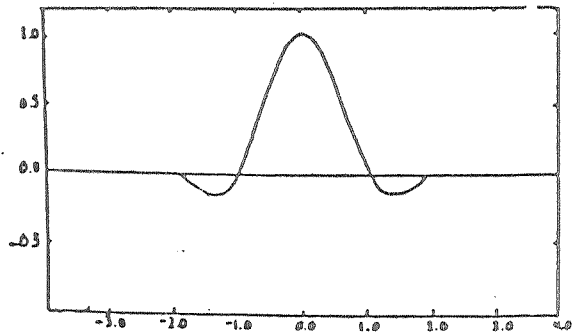


Fig. 10

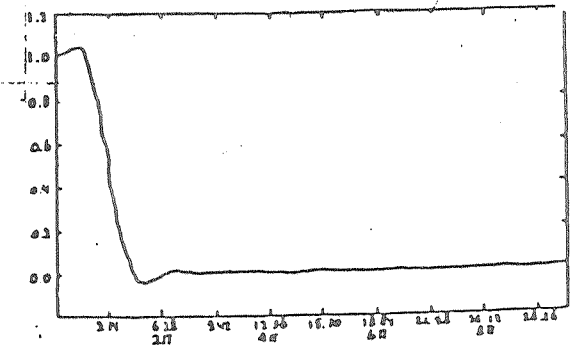


Fig. 11

## 5. LE FUNZIONI DI INTERPOLAZIONE

Di seguito vengono riassunte, nella loro realizzazione numerica, le tre più comuni funzioni di interpolazione utilizzate allo scopo di ricostruire il valore dei pixels dell'immagine geometricamente corretta.

### 1) Interpolazione Nearest-Neighbor.

Essa consiste semplicemente nell'associare a  $(i,j)$  in B il livello di grigio del pixel più vicino, in A, ad  $(u,v)$ . (fig.12)

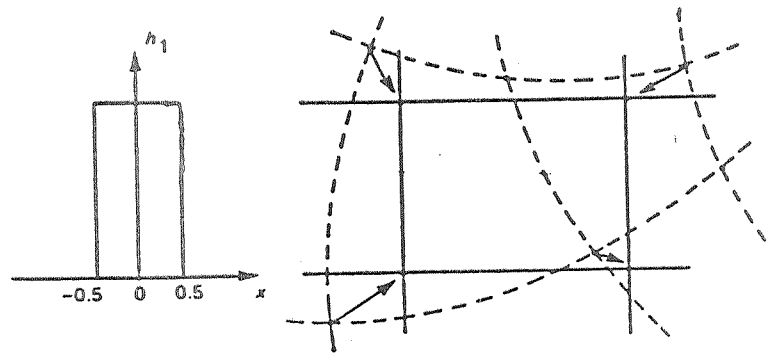


Fig. 12

Cioè, posto

$$n = [u + 0.5]$$

$$m = [v + 0.5]$$

si ha  $B(i,j) = A(n,m)$

Con tale metodo è possibile che alcuni pixels di A non siano mai usati, mentre altri lo sono più volte. Questo porta alla duplicazione o alla distruzione di informazione contenuta nell'immagine. Inoltre



l'errore massimo che si puo' commettere nello stabilire la locazione geometrica del pixel nell'immagine di ingresso e' di +/- 1/2 pixel.

Tale metodo ha tuttavia il vantaggio dell'alta velocita' di esecuzione, in quanto e' richiesto un solo valore per determinare il valore del pixel ricampionato.

## 2) Interpolazione Bilineare.

Questa interpolazione utilizza i valori dei quattro pixels a coordinare intere adiacenti ad  $(u,v)$ .

Ponendo  $n = [u]$ ,  $m = [v]$ , si suppone che l'immagine continua di cui  $A$  e' una discretizzazione possa essere approssimata, nel quadrato  $[n,n+1] \times [m,m+1]$ , con una funzione lineare (v. fig.13).

Allora, posto

$$\alpha = u - n$$

$$\beta = v - m$$

si ha:

$$B(i,j) = (1 - \alpha)(1 - \beta)A(n,m) + \alpha(1 - \beta)A(n+1,m) + \beta(1 - \alpha)A(n,m+1) + \alpha\beta A(n+1,m+1)$$

Questo tipo di interpolazione provoca una lieve perdita di risoluzione nell'immagine di uscita, dovuta all'attenuazione delle alte frequenze da parte del filtro usato per la ricostruzione (v.fig.9) e richiede un maggior tempo di calcolo per l'esecuzione. Esso tuttavia risulta piu' preciso del metodo Neares-Neighbor riducendo l'effetto di perdite o duplicazione dell'informazione.

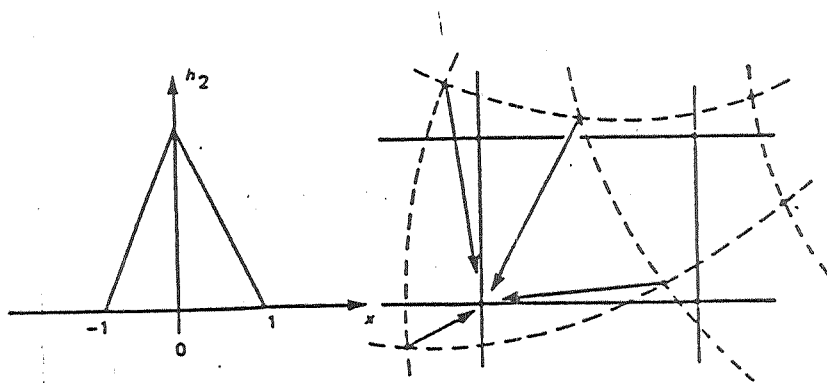


Fig. 13

### Interpolazione Bicubica.

Con tale interpolazione l'immagine di ingresso continua viene modellata localmente mediante una superficie polinomiale, definita da una spline di ordine 3. L'uso di tale interpolazione implica un incremento del dominio di definizione per la  $h(x,y)$ , che coinvolge, generalmente, i 16 pixels di  $A$  piu' vicini a  $(u,v)$ .

La forma continua e monodimensionale per tale  $h$  e' definita, come gia' detto, da:

$$h_3(t) = \begin{cases} 1-2|t|^2+|t|^3 & 0 \leq |t| < 1 \\ 4-8|t|+5|t|^2-|t|^3 & 1 \leq |t| < 2 \\ 0 & |t| \geq 2 \end{cases}$$

Una possibile implementazione di tale metodo e' di realizzare una prima interpolazione lungo la direzione dell'asse  $y$  e ottenere valori di ricampionamento per  $A$  alle locazioni  $(u,m-1)$ ,  $(u,m)$ ,  $(u,m+1)$  e  $(u,m+2)$  dove  $m=[v]$ , e quindi interpolare lungo la direzione dell'asse  $x$  questi valori per ottenere  $B(i,j)$ .

Si ha quindi:

$$A(u,k) = -\alpha(1-\alpha)^2 A(n-1,k) + (1-2\alpha^2 + \alpha^3) A(n,k) + \\ + \alpha(1+\alpha-\alpha^2) A(n+1,k) - \alpha^2(1-\alpha) A(n+2,k)$$

dove  $n = [u]$ ,  $\alpha = u-n$  e  $k = m-1, m, m+1, m+2$

e infine

$$B(i,j) = -\beta(1-\beta)^2 A(u,m-1) + (1-2\beta^2 + \beta^3) A(u,m) + \\ + \beta(1+\beta-\beta^2) A(u,m+1) + \beta^2(\beta-1) A(u,m+2)$$

dove  $\beta = v-m$

L'interpolazione bicubica riduce i problemi di risoluzione presenti nei metodi precedenti, e l'immagine risultante appare piu' dettagliata. Questo fatto puo' essere giustificato ricordando che, fra le tre funzioni di interpolazione proposte, la bicubica meglio approssima la funzione  $\frac{\sin \tilde{\pi} x}{\tilde{\pi} x}$  e quindi un'operazione di filtraggio di tipo passa-basso ideale.

Tuttavia la sua utilizzazione comporta un notevole aumento del tempo di calcolo rispetto alle prime due. Per questo motivo nella realizzazione delle trasformazioni per la correzione delle distorsioni geometriche si e' preferito usare la funzione di interpolazione bilineare, la quale fornisce un buon compromesso tra tempo di calcolo e approssimazione.

#### 6) ALGORITMO PER LA CORREZIONE DELL'ERRORE DOVUTO AL CAMBIAMENTO DI QUOTA.

Come abbiamo gia' detto, tale errore causa una riduzione o amplificazione dell'immagine. Infatti, rimanendo costante l'angolo di vista con cui si effettua la ripresa e variando invece la quota, cambieranno sia la dimensione della porzione di terreno ripresa sia la relativa scala.

Volendo riportare l'immagine acquisita ad una scala prefissata e denotato con T il fattore di scala, la trasformazione che lega le coordinate (x,y) dell'immagine corretta a quelle (u,v) dell'immagine distorta e' data da:

$$\begin{cases} u = x/T \\ v = y/T \end{cases}$$

Secondo tale relazione l'operazione di cambio di scala coincide con un ricampionamento dell'immagine. A questo proposito bisogna distinguere fra amplificazione ( $T > 1$ ) e riduzione ( $T < 1$ ).

Si puo` infatti osservare che un'immagine a banda limitata campionata in accordo col teorema del campionamento puo` essere ingrandita arbitrariamente senza perdita di informazione, al contrario di cio` che avviene nel caso di riduzione.

Infatti l'operazione di amplificazione coincide con un'operazione di sovracampionamento. Tuttavia non e` possibile in tal modo arrivare al riconoscimento di dettagli piu` fini di quelli contenuti nell'immagine distorta stessa; infatti, mentre tali dettagli corrispondono ad alte frequenze spaziali nell'immagine, il ricampionamento non puo` in ogni caso aumentare il contenuto frequenziale di un'immagine.

Operando invece una riduzione si ha sempre perdita di informazione poiche` si effettua un sottocampionamento con un risultante errore di aliasing. Tuttavia e` opportuno osservare che se l'immagine di partenza era stata sovracampionata in fase di acquisizione e` possibile ridurla fino ad un fattore uguale al fattore di sovracampionamento senza perdere nessuna informazione.

Per meglio capire come l'algoritmo di correzione implementato agisca, supponiamo di avere un'immagine distorta digitalizzata in una matrice  $A$  ( $n \times m$ ) e di volerla correggere amplificandola. Poiche` nella digitalizzazione dell'immagine i campioni sono stati presi ad intervalli

regolari, amplificare la matrice A di un fattore T significa considerare altri T-1 campioni distribuiti regolarmente in ciascuno di tali intervalli.

Le dimensioni della nuova matrice B così ottenuta saranno dunque:

$$\begin{cases} n' = (n - 1) T + 1 \\ m' = (m - 1) T + 1 \end{cases}$$

Indicati allora con (J,I) gli indici matriciali di B si effettua la trasformazione

$$\begin{cases} u = J/T \\ v = I/T \end{cases}$$

per  $J=1, n'$  e  $I=1, m'$ , dove (u,v) sarà ora, in generale, una coppia a valori reali e quindi non determinerà un pixel di A. Tuttavia, essendo A completamente nota, è possibile usare una funzione di interpolazione in modo da associare un livello di grigio ad (u,v) e quindi a B(J,I).

## 7. ALGORITMO PER LA CORREZIONE DELL'EFFETTO PANORAMA

La distorsione panoramica è una degradazione geometrica che si presenta quando le immagini sono acquisite mediante scanners multispettrali, sia nel telerilevamento aereo che in quello da satellite artificiale. Tali sistemi di acquisizione utilizzano un sistema ottico (specchio) oscillante che effettua una scansione sequenziale dell'area ripresa, secondo strisce parallele.

Supponiamo che tale area sia perfettamente piana (\*) e in questo piano consideriamo un sistema di coordinate cartesiane ortogonali con l'asse y diretto secondo la direzione di volo e l'asse x ortogonalmente secondo la direzione di scansione. Supponiamo inoltre che ogni linea di scansione venga acquisita a velivolo fermo (\*).

Se  $x_c$  indica l'ascissa del velivolo e H la sua quota, che supporremo costante, l'ascissa x sul suolo, corrispondente alla i-esima striscia in acquisizione e all'angolo di scansione  $\theta$ , misurato a partire dalla verticale, e' data da:

$$x = x_c + H \operatorname{tg} \theta \quad (1)$$

Pertanto l'area della porzione di striscia ripresa fino a quel momento risulta proporzionale alla tangente dell'angolo di scansione. Poiche' il sistema ottico di acquisizione ruota con velocita' angolare costante e i campioni presi durante la scansione di una striscia vengono acquisiti ad intervalli regolari di tempo (ma non a intervalli spaziali regolari sul suolo), l'immagine dell'area ripresa risulta proporzionale all'angolo di scansione anziche' alla sua tangente.

Quindi, indicata con f la lunghezza focale del sistema ottico, all'ascissa x sul suolo corrispondera' sull'immagine l'ascissa x' data da

$$x' = x_c + f \theta$$

---

(\*) Nel caso che tali condizioni non siano soddisfatte supponiamo di avere gia' effettuato le relative correzioni

Pertanto l'immagine si formerà in effetti su una superficie cilindrica, circolare e coassiale alla direzione di volo (v.fig.14).

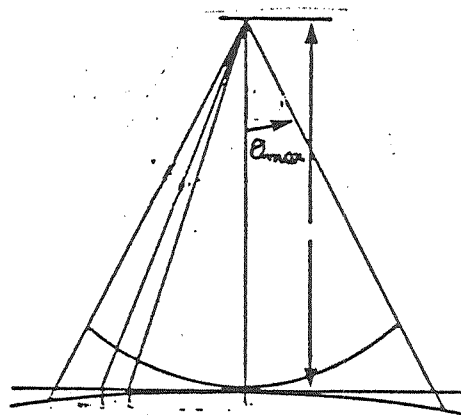


Fig. 14

Confrontando le due espressioni ricavate ed essendo  $H/f$  il fattore di scala, che fa passare dalle dimensioni dell'immagine a quelle reali, si ottiene che l'errore relativo alla quota  $H$ , commesso nella valutazione dell'ascissa di un punto sul suolo in funzione dell'angolo  $\theta$  di scansione, risulta

$$\epsilon = \frac{\Delta x}{H} = \frac{x_c + H \operatorname{tg} \theta - x_c - (H/f) \theta f}{H} = \operatorname{tg} \theta - \theta$$

Tale errore è tanto più grande quanto maggiore è l'escursione del sistema oscillante.

Un semplice algoritmo per la correzione di tale errore è il seguente: indicate con  $u$  e  $v$  le coordinate sull'immagine da correggere e noto l'angolo di escursione massimo che indicheremo con  $\theta_{\max}$  si ricava l'ascissa  $u_{\max}$  corrispondente come:



$$u_{\max} = u_c + \alpha f \theta$$

con  $\alpha$  fattore di ingrandimento arbitrario e  $u_c = x_c$  (ascissa del centro dell'immagine).

Quindi possiamo scrivere

$$\alpha f = \frac{u_{\max} - u_c}{\theta_{\max}}$$

e

$$\theta = \frac{u - u_c}{\alpha f} = \theta_{\max} \cdot \frac{u - u_c}{u_{\max} - x_c}$$

In tal modo l'angolo  $\theta$  sarà noto, per ogni punto appartenente ad una delle linee di scansione, non appena sia conosciuta la misura dell'angolo massimo di deflessione.

Sostituendo tale equazione in (1) si ha:

$$x = x_c + \frac{u_{\max} - x_c}{\theta_{\max}} \operatorname{tg} \left( \theta_{\max} \frac{u - u_c}{u_{\max} - x_c} \right)$$

Quindi la trasformazione di correzione  $R^{-1}$  risulta:

$$\begin{cases} x = x_c + \frac{u_{\max} - x_c}{\theta_{\max}} \operatorname{tg} \left( \theta_{\max} \frac{u - u_c}{u_{\max} - x_c} \right) \\ y = v \end{cases}$$

La trasformazione inversa  $R$  di distorsione risulta:

$$\begin{cases} u = x_c + \left( \frac{u_{\max} - u_c}{\theta_{\max}} \right) \operatorname{arctg} \left( \theta_{\max} \frac{u - x_c}{u_{\max} - x_c} \right) \\ v = y \end{cases}$$

Si può osservare che tale distorsione agisce solo su una direzione dell'immagine, ossia solo lungo le linee di scansione; quindi l'algoritmo di correzione risulta essere monodimensionale, applicabile a ogni singola riga della matrice distorta.

In particolare potremo scrivere:

$$R(J-1) = x_c + \frac{(u_{\max} - x_c)}{\sigma_{\max}} \arctg \left( \sigma_{\max} \cdot \frac{(J - x_c)}{u_{\max} - x_c} \right)$$

$$u = R(J-1)$$

$$M = [u+1]$$

$$\beta = u - M + 1$$

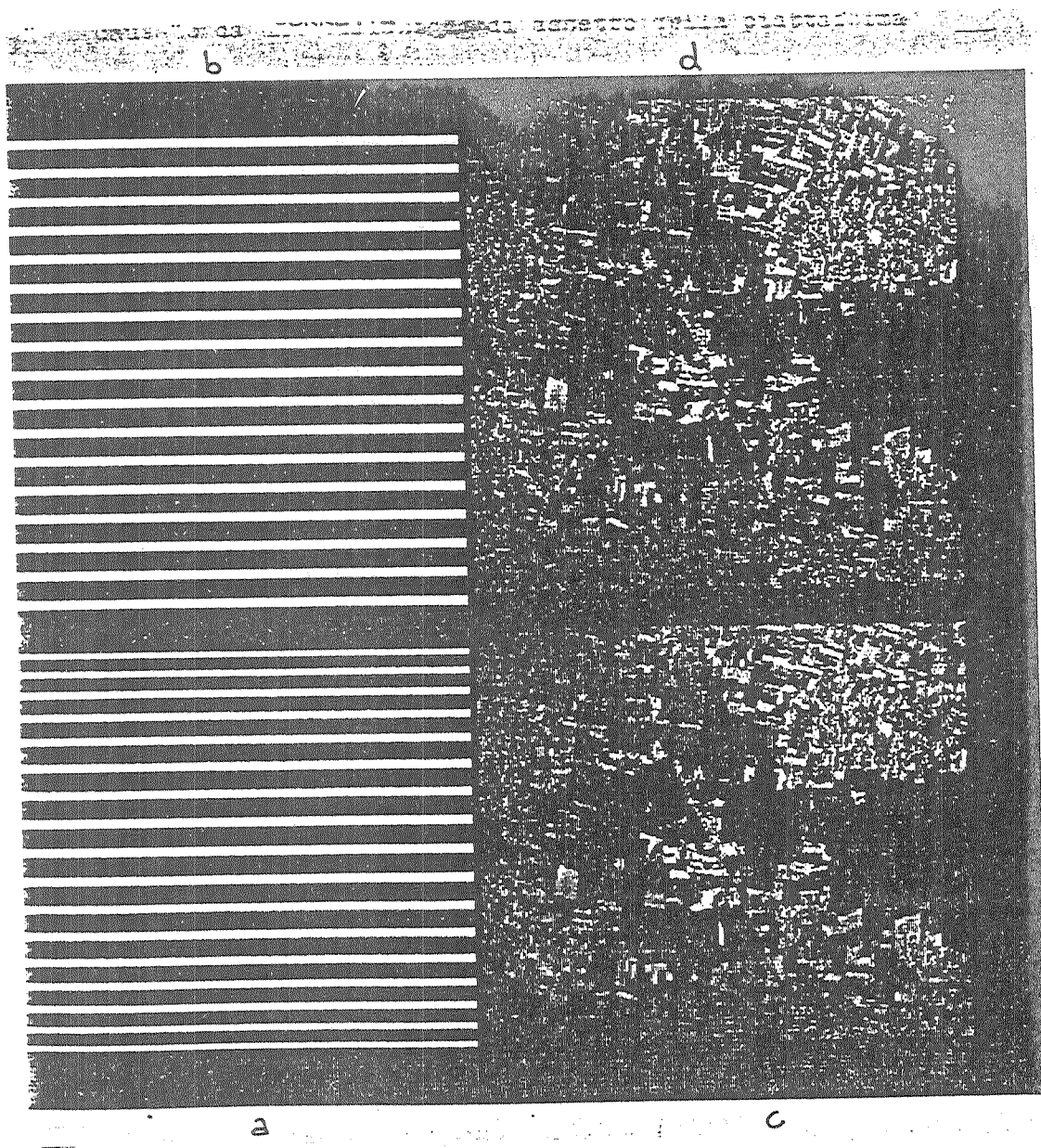
$$B(I, J) = (1 - \beta) A(I, M-1) + \beta A(I, M)$$

dove I e J sono rispettivamente l'indice di riga e di colonna della matrice corretta.

La correzione suddetta è stata applicata ad un'immagine test formata da strisce verticali di luminosità costante (tavola 1 - a e b) e ad una immagine telerilevata (tavola 1 - c e d).

TAV. 1

- a) IMMAGINE TEST ORIGINALE
- b) IMMAGINE TEST CORRETTA
- c) IMMAGINE TELERILEVATA ORIGINALE
- d) IMMAGINE TELERILEVATA CORRETTA



## 8. ALGORITMO DI CORREZIONE DEGLI ERRORI DI ROLLIO, BECCHEGGIO E SBANDAMENTO

L'errore di rollio, beccheggio e sbandamento è causato da una variazione di assetto della piattaforma di ripresa. Tale distorsione è la risultante di tre rotazioni opportunamente combinate.

Si definiscono tre direzioni:

- 1) direzione di volo
- 2) verticale di volo
- 3) direzione ortogonale alle prime due (che nei sistemi a scansione coincide proprio con la direzione di scansione).

Scegliamo un sistema di coordinate cartesiane ortogonali, precisamente la terna sinistrosa  $Ox_t y_t z_t$  così fatta

- 1) asse  $z_t$  diretto dal velivolo perpendicolarmente alla scena
- 2) asse  $y_t$  diretto come la direzione di volo
- 3) asse  $x_t$  diretto per formare una terna sinistrosa con gli altri due.

Le tre rotazioni da combinare saranno individuate dalle seguenti matrici (\*)

$$S = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

dove  $\alpha$  rappresenta l'angolo di rotazione attorno all'asse  $z_t$  assunto positivo in senso antiorario.

---

(\*) Queste matrici rappresentano le trasformazioni inverse di distorsione.

$$R = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix}$$

dove  $\beta$  rappresenta l'angolo di rotazione attorno all'asse  $y_t$  assunto positivo in senso orario.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix}$$

dove  $\gamma$  rappresenta l'angolo di rotazione attorno all'asse  $x_t$  assunto positivo in senso antiorario.

Se  $(x_t, y_t, z_t)$  sono le coordinate di un punto sul suolo, le coordinate del corrispondente punto sull'immagine, ottenute mediante la costruzione dell'ottica geometrica, saranno date da

$$\begin{cases} x_f = \frac{x_t}{-(z_t/f)+1} \\ y_f = \frac{y_t}{-(z_t/f)+1} \end{cases}$$

dove  $f$  è la lunghezza focale dell'obiettivo di ripresa.

Supponiamo che l'immagine da riprendere sia piana e l'altezza  $H$  del velivolo sia costante. Supposto quindi di voler correggere la matrice di uscita si considera prima di tutto la proiezione  $P$  che lega i punti sull'immagine a quelli al suolo data da

$$\begin{pmatrix} x_f \\ y_f \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x_t \\ y_t \\ H \end{pmatrix} \quad \text{con} \quad \begin{pmatrix} x_t \\ y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_f \\ y_f \end{pmatrix} \left(1 - \frac{H}{f}\right)$$

Quando la piattaforma ruota di un angolo  $\theta$  attorno all'asse  $x_t$  o  $y_t$  anche la verticale al suolo ruota dello stesso angolo rispetto ad uno degli assi suddetti e il suo piede  $P_T$  si sposterà di un punto  $P'_T$  tale che

$$P'_T - P_T = H \operatorname{tg} \theta$$

Inoltre, a causa dell'obliquità dell'angolo di vista con cui si effettua con ripresa, verrà acquisita una zona di terreno traslata e di dimensioni più vaste rispetto a quella che si sarebbe ottenuto se non vi fosse stata la variazione di assetto (rotazione) sopraddetta.

L'algoritmo di correzione consiste nel ricostruire l'immagine distorta come se fosse stata ripresa con un velivolo posto sulla verticale avente il piede in  $P_T$ , e in posizione orizzontale.

Occorre quindi, a tale scopo, fare prima una traslazione

$$t_r = +H \operatorname{tg} \theta$$

e poi ruotare di un angolo  $-\theta$

Quindi la trasformazione inversa da effettuare è data da:

$$\begin{pmatrix} x_t \\ y_t \\ H \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x_t - d_1 \\ y_t - d_2 \\ H \end{pmatrix} \xrightarrow{R_T} \begin{pmatrix} x_t - d_1 \\ y_t - d_2 \\ H \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x'_t \\ y'_t \\ z'_t \end{pmatrix}$$

dove  $R_T$  e' la rotazione risultante dall'opportuna combinazione delle tre rotazioni S,R,B e  $d_2 = H \operatorname{tg} \gamma$ ,  $d_1 = H \operatorname{tg} \beta$ .

Si noti che nel caso della sbandata non si e' considerata la traslazione in quanto la verticale coincide ora con l'asse di rotazione e quindi rimane fissa.

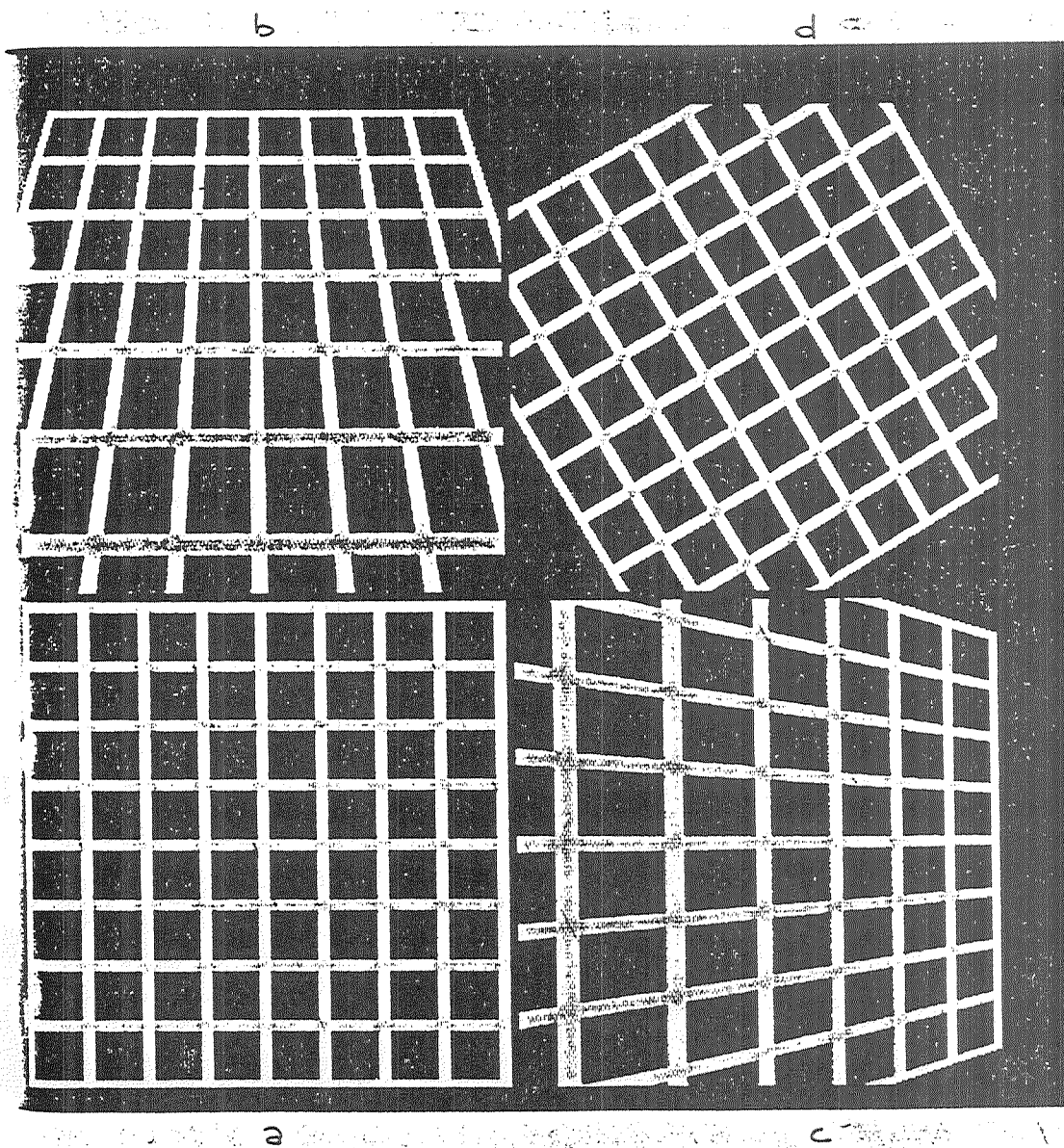
Per poter infine applicare la tecnica di resampling occorre riproiettare il punto  $(x'_t, y'_t, z'_t)$  sull'immagine.

$$\begin{pmatrix} x'_f \\ y'_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'_t \\ y'_t \end{pmatrix} \left( \frac{1}{1 - z'_t/f} \right)$$

Ad un'immagine test (tav.2a) e' stato applicato l'algoritmo di correzione per l'errore dovuto al rollio, al beccheggio e alla sbandata (tav.2 b,c,d) ed inoltre sono state applicate insieme le tre correzioni nell'ordine beccheggio, rollio e sbandamento alla stessa immagine test e ad un'immagine telerilevate (tav.3 a,b,c,d).

TAV. 2

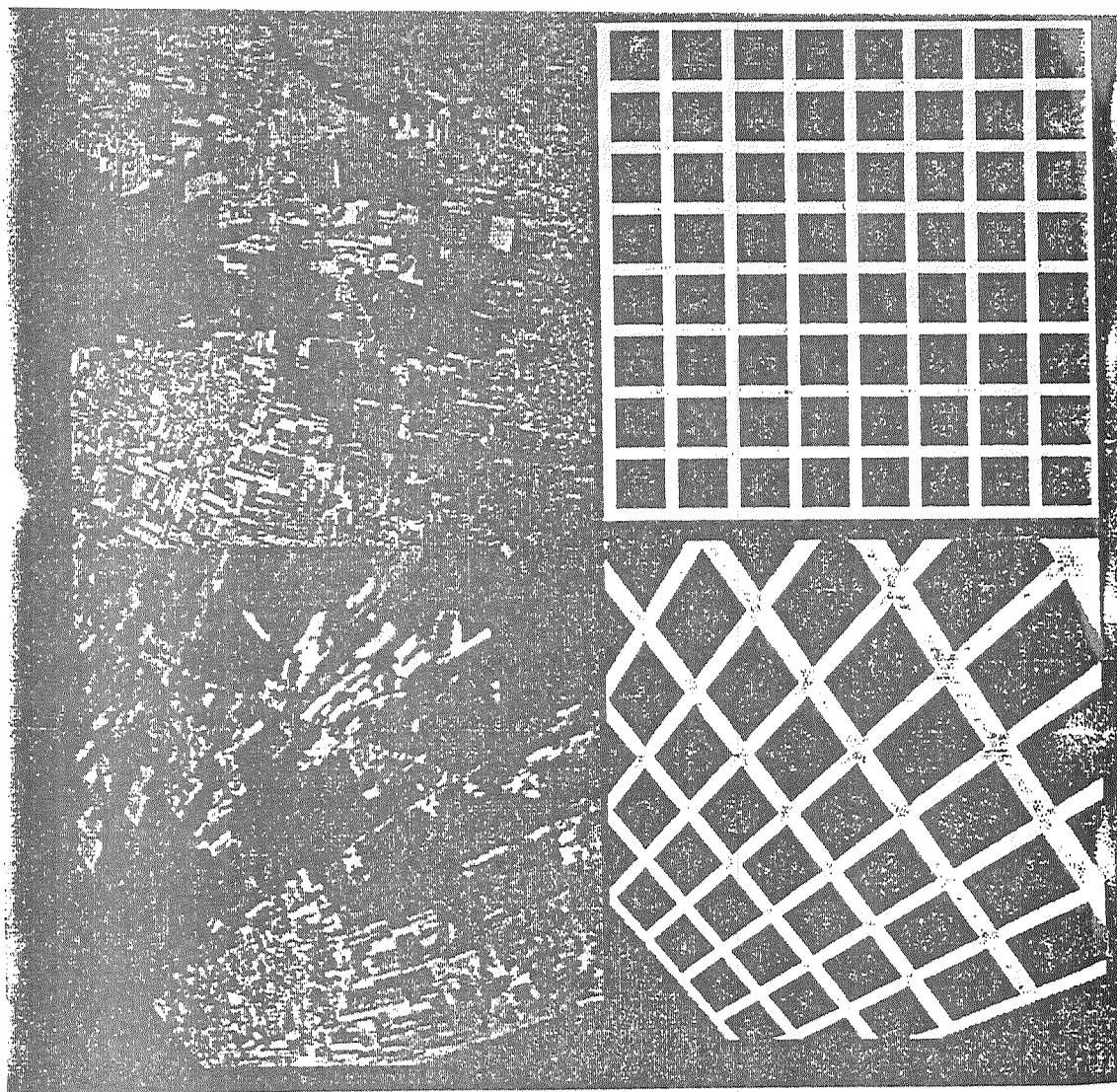
- a) IMMAGINE TEST ORIGINALE
- b) IMMAGINE TEST CORRETTA PER ROLLIO
- c) IMMAGINE TEST CORRETTA PER BECCHEGGIO
- d) IMMAGINE TEST CORRETTA PER SBANDAMENTO





TAV. 3

- a) IMMAGINE TEST ORIGINALE
- b) IMMAGINE TEST CORRETTA PER BECCHEGGIO, ROLLIO, SBANDAMENTO
- c) IMMAGINE TEST TELERILEVATA ORIGINALE
- d) IMMAGINE TEST CORRETTA PER BECCHEGGIO, ROLLIO, SBANDAMENTO



... P ... 9 ...

## 9. ALGORITMO DI CORREZIONE DELL'EFFETTO SKEW

Una distorsione geometrica che sempre compare nel telerilevamento da satellite artificiale (che usa mezzi di ripresa a scansione) e' quella causata dalla rotazione terrestre.

Durante il tempo di acquisizione di una immagine la terra ruota attorno al suo asse e l'entita' della distorsione che tale rotazione produce aumenta all'aumentare della latitudine. Prima di correggere la distorsione causata dalla rotazione terrestre occorre osservare che il satellite gira su un'orbita prefissata che si suppone circolare (anche se in realta' e' ellittica) la quale ha una data inclinazione.

Si indichera' con questo termine l'angolo  $\theta_E$  complementare dell'angolo formato tra il piano dell'orbita e il piano equatoriale, valutato positivamente in senso orario a partire dal Nord.

Poiche' il satellite non si trova su un'orbita polare anche la zona di terreno ripresa risulta inclinata di un angolo  $\theta$  rispetto al piano equatoriale, con tale angolo dipendente oltre che da  $\theta_E$  anche dalla latitudine  $\lambda$  del velivolo di ripresa. D'altra parte l'immagine viene registrata in una matrice che non da' nessuna informazione sulla sua corretta orientazione geografica.

E' necessario quindi, prima di procedere alla correzione dell'errore causato dalla rotazione terrestre, effettuare un orientamento corretto dell'immagine, poiche' tale distorsione dipende dalla esatta posizione geografica della zona di ripresa. Per far cio' occorre esprimere l'angolo di inclinazione  $\theta$  in funzione di  $\theta_E$  e della latitudine  $\lambda$ .

Questo e' possibile grazie ad alcune formule di trigonometria sferica. Infatti in un triangolo sferico rettangolo il coseno di un angolo e' uguale al prodotto del coseno del cateto opposto per il seno dell'altro angolo.

Con riferimento alla fig.15 applicando tale regola al triangolo  $AP_0P'$ , rettangolo in  $P'$  si ottiene:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_E\right) = \cos \lambda \sin \vartheta$$

che si puo' riscrivere come

$$\sin \vartheta_E = \cos \lambda \cos\left(\frac{\pi}{2} - \vartheta\right)$$

da cui

$$\vartheta = \frac{\pi}{2} - \arccos^{-1}\left(\frac{\sin \vartheta_E}{\cos \lambda}\right)$$

(con  $\vartheta_E$  = inclinazione Nord dell'orbita all'equatore,  $\lambda$  = latitudine del punto centrale dell'immagine in questione).

Quindi la trasformazione da applicare all'immagine al fine di orientarla correttamente sara' la rotazione di un angolo  $\vartheta$  espressa dalla matrice A data da:

$$A = \begin{pmatrix} \cos \vartheta & -\sin \vartheta \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta \end{pmatrix}$$

con  $\vartheta$  l'angolo determinato precedentemente.

Durante il tempo di acquisizione dell'immagine la terra ruota attorno al suo asse. Il movimento di rotazione avviene da Ovest verso

Est e provoca così uno Skew (distorsione di obliquità) nell'immagine acquisita. Questo significa che le linee acquisite verticalmente, in realtà sono oblique sul suolo.

La velocità superficiale  $v_c$  della terra da Ovest verso Est è data da:

$$v_c = R_c \cos \lambda \omega_e$$

con

$R_c$  = raggio della terra =  $6.37816 \cdot 10^6$  m.

$\lambda$  = latitudine del satellite

$\omega_e$  = velocità angolare della terra =  $0.72272 \cdot 10^{-4}$  rad/sec.

Indicata con  $\omega_0$  la velocità angolare del satellite si ha che il tempo di acquisizione dell'immagine  $t_s$  è dato da:

$$t_s = \frac{L}{R_c \omega_0}$$

dove  $L$  è la lunghezza dell'immagine in direzione del moto del satellite.

Lo spostamento subito dalla terra in direzione Est, durante la scansione dell'immagine sarà perciò

$$\Delta x_E = t_s \cdot v_c$$

Lo spostamento percentuale sarà dato da  $\frac{\Delta x}{L}$

Allora dopo aver orientato a Nord l'immagine, indicate con  $(x, y)$  le coordinate di un punto nell'immagine distorta (rispetto ad un sistema di riferimento con il centro coincidente con il 1.0 pixel della prima riga

della matrice in cui e' registrata l'immagine stessa) e  $(x',y')$  le corrispondenti coordinate corrette, la trasformazione da effettuare sara`:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & ask \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\text{con } ask = \frac{\Delta x_E}{L} = \frac{\omega_e \cos \lambda}{\omega_o \cos \theta}$$

Per l'implementazione di tale algoritmo e' stata usata la tecnica di resampling che fa uso (come gia' ripetutamente detto) della trasformazione inversa.

Nelle tavv.4,5 sono riportati i risultati dell'applicazione dell'algoritmo di correzione per l'effetto skew a un'immagine test (a,b), ad un'immagine del territorio (c,d) rispettivamente per i due casi di orbita polare ed orbita inclinata.

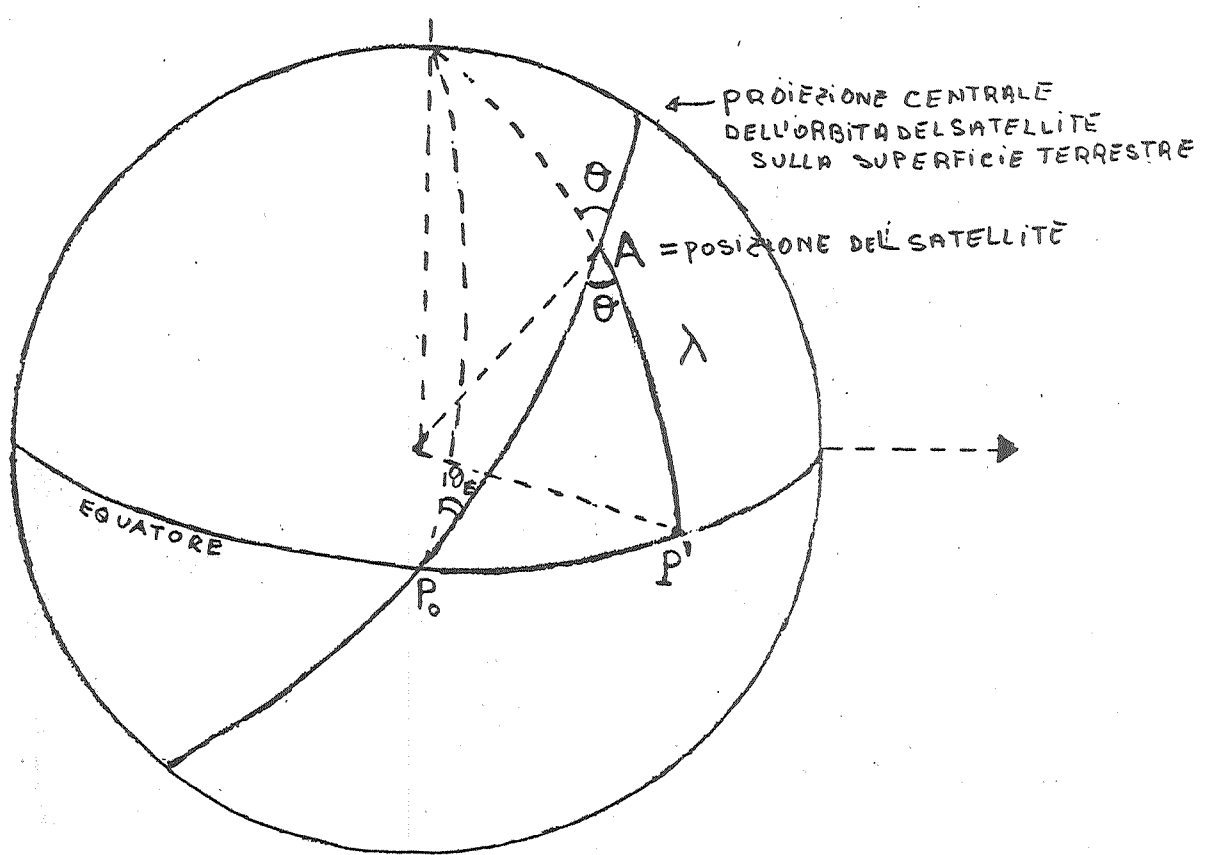


Fig. 15

TAV. 4

a) IMMAGINE TEST ORIGINALE

ORBITA POLARE

b) IMMAGINE TEST CORRETTA

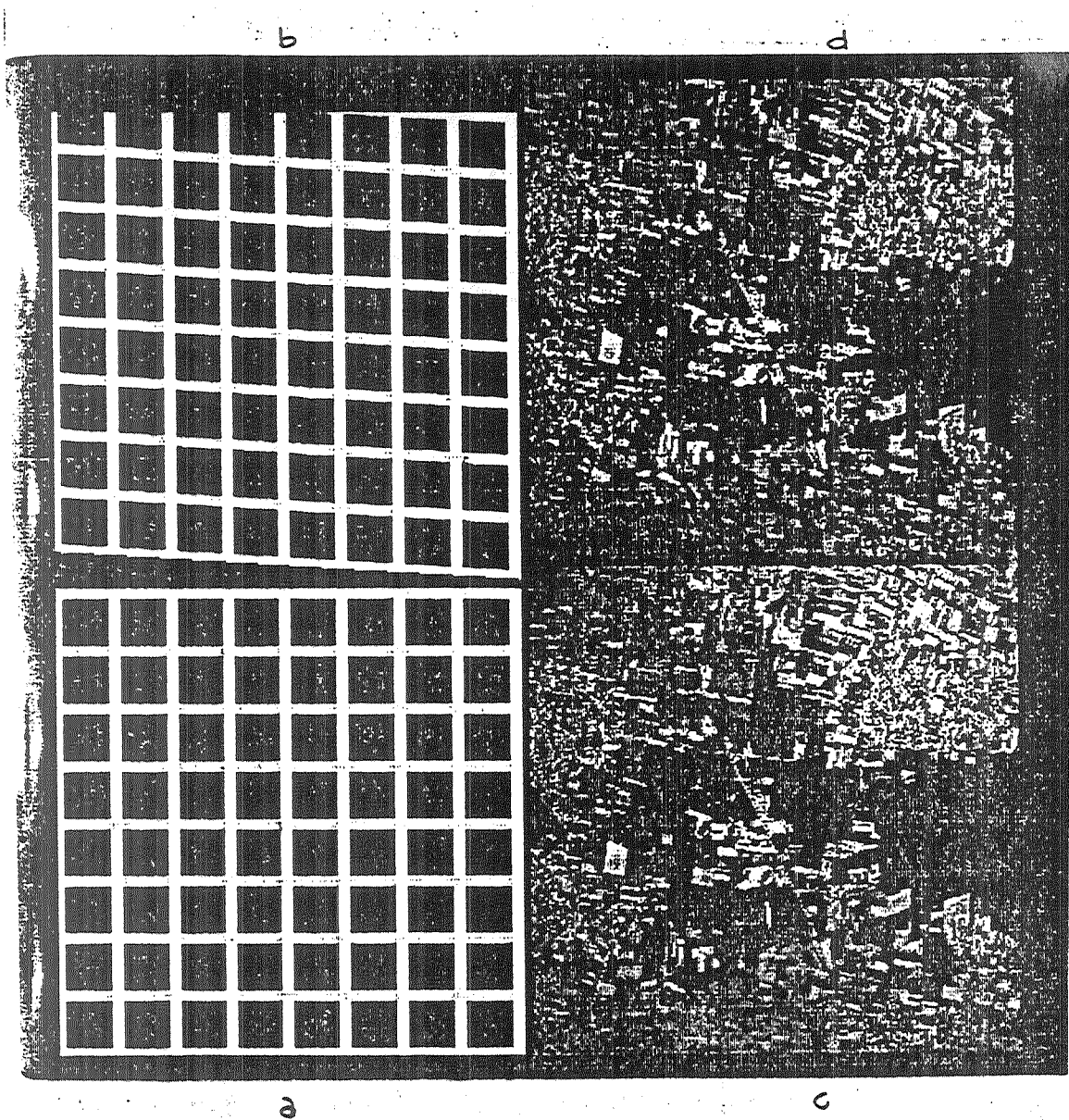
= 37.5

c) IMMAGINE TELERILEVATA ORIGINALE

L = 161 KM

d) IMMAGINE TELERILEVATA CORRETTA

= 9,87.10<sup>-4</sup>





TAV. 5

a) IMMAGINE TEST ORIGINALE

b) IMMAGINE TEST CORRETTA

c) IMMAGINE TELERILEVATA ORIGINALE

d) IMMAGINE TELERILEVATA CORRETTA

ORBITA INCLINATA

= 37.5

L = 161 KM

=  $9,87 \cdot 10^{-4}$

E = 9.119

