

Progetto SP1a

“Nuove tecnologie per l’analisi non intrusiva dei manufatti”

Programma di ricerca

Ingegnerizzazione di prototipi e strumentazione per la diagnostica su manufatti monumentali in materiale lapideo

Un metodo per la caratterizzazione di materiali dielettrici, mediante misure in campo vicino con antenne a patch

Edoardo Bozzi, Massimo Chimenti, Alessandra Zucchelli

Istituto di Scienza e Tecnologie dell’Informazione “Alessandro Faedo”.

Rapporto tecnico ottobre 2005

Sommario

Il lavoro descrive un'attività svolta nell'ambito del Progetto SP1a "Nuove tecnologie per l'analisi non intrusiva dei manufatti", relativa alla tecnica d'ispezione mediante microonde.

Per questo tipo d'ispezione si fa uso di un'antenna planare a banda stretta, che risuona ad una frequenza il cui valore dipende dalla permittività dielettrica del materiale circostante l'antenna: lo studio descritto riguarda le prestazioni ottenibili ispezionando, mediante un'antenna appositamente realizzata, classi di materiali con differenti proprietà dielettriche.

Il lavoro riporta il modello di comportamento dell'antenna, i risultati prodotti da un software per la simulazione di campi elettromagnetici prodotti da un dispositivo radiante e i risultati ottenuti sperimentalmente con campioni di vari spessori e differenti valori di permittività.

Il metodo d'ispezione proposto si è rivelato in grado di soddisfare gli obiettivi della ricerca, volta alla determinazione delle variazioni della permittività dielettrica in differenti regioni di uno stesso oggetto, ed al confronto tra campioni differenti; il metodo è inoltre in grado di fornire una buona stima della permittività di un materiale all'interno dell'intervallo di valori compresi tra 1 e 6.

Indice

Introduzione	4
Determinazione parametrica della frequenza di risonanza.....	5
Modello generale per la definizione dell'antenna.....	5
Modello impiegato per la definizione del sensore	6
Progetto del sensore.....	8
Simulazione.....	10
Sensibilità del sensore.....	10
Risposta del sensore a contatto con differenti materiali omogenei	15
Sperimentazione.....	20
Materiali e metodi	20
Risultati.....	21
Materiali plastici.....	22
Materiali ceramici.....	25
Materiali lapidei	26
Discussione e conclusioni	29
Appendice 1. Propagazione delle onde elettromagnetiche	32
Appendice 2. Influenza della permittività elettrica dei materiali e della loro conducibilità sulla propagazione delle onde elettromagnetiche	34
Appendice 3. Metodo di simulazione: tecnica FIT	36
Bibliografia.....	41

Introduzione

Nell'ambito di un'attività di ricerca finanziata dal Progetto Strategico SP1a, è stato proseguito uno studio riguardante la determinazione delle caratteristiche dielettriche di vari materiali lapidei, e in particolare delle variazioni causate da sollecitazioni di diversi tipi applicate al materiale: lo studio è orientato all'individuazione di difetti, cavità o porosità, e variazioni strutturali di beni appartenenti al patrimonio culturale.

Il metodo sviluppato sfrutta la capacità delle microonde di penetrare all'interno di materiali dielettrici, con modalità dipendenti dalle caratteristiche dei materiali stessi, esprimibili come parametri di permittività elettrica e magnetica e profondità di penetrazione. Questi parametri influenzano sia la propagazione in campo lontano dell'onda elettromagnetica, sia la conformazione del campo vicino: quest'ultimo, a sua volta, influenza il comportamento risonante di un'antenna a banda stretta, la quale può essere utilizzata come sensore a contatto per studiare le caratteristiche di un materiale.

Infatti, il campo vicino è influenzato dalla costante dielettrica, ϵ_r , o permittività del materiale, a contatto con il sensore: la permittività varia al variare delle caratteristiche interne di un materiale, di conseguenza, confrontando il valore di permittività misurato su un campione con quello ottenuto con un materiale di riferimento noto, è possibile stabilire con una certa precisione l'eventuale tipo di difetto presente all'interno del campione (presenza di vuoti o di altri materiali).

In letteratura sono stati proposti molti metodi validi per il calcolo della costante dielettrica, di vari tipi di materiali, sia liquidi sia solidi, che fanno uso di sensori di tipo coassiale o di tipo planare. In questo ambito sarà presentato un metodo valido per la caratterizzazione di materiali dielettrici mediante l'utilizzo di un sensore planare, antenna a patch, avente una particolare struttura.

Le antenne a patch sono già state descritte in modo approfondito in [1] dove sono esposti i principi teorici di questo tipo di antenne e le loro caratteristiche principali.

Determinazione parametrica della frequenza di risonanza

Di seguito sono riportate le relazioni principali che ci permettono di dimensionare un'antenna a patch utilizzabile per l'ispezione di classi di materiali.

Modello generale per la definizione dell'antenna

La frequenza di risonanza f_r di un sensore costituito da un'antenna a patch (vedi figura 1) dipende dalla geometria del patch (L, W, h), dalla permittività substrato (ϵ_{sub}), dallo spessore delle metallizzazioni (t) e dalla permittività del semispazio a contatto con il patch (ϵ_{mat}). Si ha dunque:

$$f_r = f(L, W, h, t, \epsilon_{sub}, \epsilon_{mat})$$

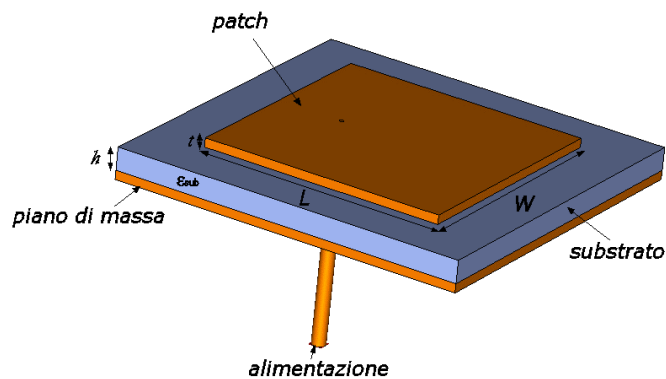


Figura 1. Geometria di un'antenna a patch alimentata mediante cavo coassiale.

Normalmente, lo spessore t delle metallizzazioni è dell'ordine di millesimi di λ , e il semispazio a contatto con il patch contiene aria ($\epsilon_{mat}=1$); in questo caso, è possibile determinare il comportamento dell'antenna assimilandola ad una linea a microstriscia e utilizzando un modello costituito da una linea di trasmissione equivalente a sezione trasversa omogenea, dove si propaga il modo TEM. In questo approccio la microstriscia (vedi figura 2) è omogenea sul piano trasverso, essendo composta da due conduttori (piano di massa e pista metallica) immersi in un unico dielettrico di permittività ϵ_{eq} (ϵ_{eq} assume un valore intermedio tra $\epsilon_{mat}=1$ ed ϵ_{sub}).

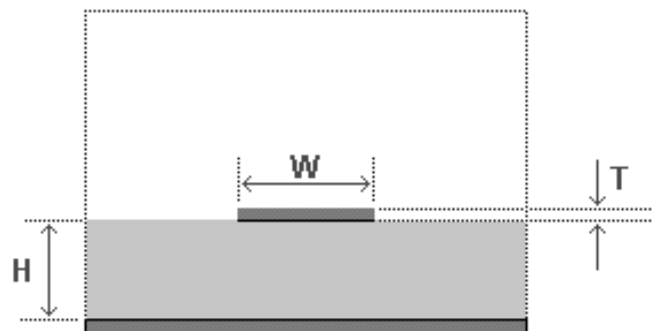


Figura 2. Linea equivalente alla microstriscia per un modo quasi-TEM.

Con questo modello è possibile definire la costante dielettrica equivalente per un'antenna a patch, usando l'espressione valida per le linee a microstriscia con $W \gg h$, dove W è la larghezza del patch (o della microstriscia) e h è lo spessore del substrato dielettrico; si ha:

$$\epsilon_{eq} = \frac{\epsilon_{sub} + 1}{2} + \frac{\epsilon_{sub} - 1}{2} F(W/h) \quad (1)$$

con $F(W/h) = (1 + 12h/W)^{-1/2}$

La frequenza di risonanza dell'antenna a patch, f_r , è quindi determinata in base alla geometria ed alla costante dielettrica equivalente, secondo la relazione:

$$L = \frac{c}{2f_r \sqrt{\epsilon_{eq}}} - 2\Delta l \quad (2)$$

dove c è la velocità della luce nel vuoto.

Risolvendo, si ottiene:

$$f_r = \frac{c}{2(L + 2\Delta l) \sqrt{\epsilon_{eq}}} \quad (3)$$

Questa espressione è ricavata dal metodo quasi statico [2], in cui si considera un modo di propagazione TEM puro e si suppone che le caratteristiche dell'antenna possono essere determinate in base alla capacità elettrostatica della struttura; si deve intendere quindi che l'equazione 3 fornisca la dipendenza della frequenza di risonanza, del dielettrico a contatto con l'antenna, solo in maniera approssimata e valida all'interno di un range di frequenze finito.

Dalla teoria delle microstrisce è possibile ottenere una relazione valida per il calcolo del fattore di correzione Δl presente nell'equazioni 2 e 3; per le antenne a patch si assume la seguente approssimazione:

$$\Delta l \cong h$$

Modello impiegato per la definizione del sensore

La struttura dell'antenna a patch utilizzata come sensore differisce lievemente dalla definizione classica di antenna a patch. Infatti, nel nostro caso, lo spessore del substrato dielettrico, h , non è di dimensioni trascurabili e lo stesso vale per lo spessore t delle due metallizzazioni (patch e piano di massa). Questo va ad influire sul valore della costante dielettrica equivalente, come ampiamente dimostrato in letteratura [2]; per spessori finiti delle metallizzazioni, la costante dielettrica equivalente del sensore, ϵ_{eq0} è data da:

$$\varepsilon_{eq0} = \frac{\varepsilon_{sub} + 1}{2} + \frac{\varepsilon_{sub} - 1}{2} F(W/h) - C \quad (4)$$

dove C è un coefficiente di correzione, definito da:

$$C = \frac{\varepsilon_{sub} - 1}{4.6} \cdot \frac{t/h}{\sqrt{W/h}} \quad (5)$$

Di conseguenza, la frequenza di risonanza a vuoto del sensore è data da:

$$f_{r0} = \frac{c}{2(L + 2\Delta l)\sqrt{\varepsilon_{eq0}}} \quad (6)$$

Quando il sensore è posto a contatto con un materiale, omogeneo e isotropo, di spessore infinito e permittività ε_{mat} , la costante dielettrica equivalente ε_{eq0} diventa:

$$\varepsilon_{eqmat} = \frac{\varepsilon_{sub} + \varepsilon_{mat}}{2} + \frac{\varepsilon_{sub} - \varepsilon_{mat}}{2} F(W/h) - C' \quad (7)$$

con

$$F(W/h) = (1 + 12h/W)^{-1/2}$$

e

$$C' = \frac{\varepsilon_{sub} - \varepsilon_{mat}}{4.6} \cdot \frac{t/h}{\sqrt{W/h}} \quad (8)$$

La frequenza di risonanza del sensore in contatto con il materiale diventa quindi:

$$f_{rmat} = \frac{c}{2(L + 2\Delta l)\sqrt{\varepsilon_{eqmat}}} \quad (9)$$

Di conseguenza, si ha:

$$\frac{f_{rmat}}{f_{r0}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{eq0}}{\varepsilon_{eqmat}}} \quad (10)$$

E' quindi possibile determinare il valore della costante dielettrica del materiale esaminato in base alle misure della frequenza di risonanza a vuoto e sotto carico.

Progetto del sensore

L'antenna a patch considerata ha una particolare struttura formata da due lamine di ottone parallele, di spessore $t = 2$ mm, che costituiscono rispettivamente il piano di massa e il patch. Le due lamine sono separate da un substrato di aria e da un supporto rigido di materiale dielettrico posto al centro della struttura per garantire che la loro distanza sia fissa. Tale supporto, come verificato nella simulazione riportata in seguito, non influisce sul normale comportamento dell'antenna in quanto è posizionato in un punto di minimo del campo elettrico tra le due lamine.

Si è progettata un'antenna con frequenza di risonanza a vuoto di circa 2.4 GHz, in modo da rimanere all'interno della banda denominata ISM.

L'antenna è definita dai parametri riportati nella seguente tabella:

L	W	h	t	ϵ_{sub}
55 mm	55 mm	5 mm	2 mm	1.0048

Tabella 1. Parametri di progetto del sensore a patch.

Sostituendo i valori dei parametri di progetto nell'equazioni 4 e 5 si ottengono i valori di ϵ_{eq0} e C ; si ha:

$$\epsilon_{eq0} = 1.0039$$

$$C = 110.04 \cdot 10^{-6}$$

Misurando la frequenza di risonanza a vuoto, uguale a 2.315 GHz, si ottiene il valore:

$$\Delta l = 4.9 \text{ mm}$$

L'equazione 9 diventa quindi:

$$f_{mat} = \frac{2.998 \times 10^{11}}{2(55 + 2 \times 4.9) \sqrt{\frac{1.003 + \epsilon_{mat}}{2} + \frac{1.003 - \epsilon_{mat}}{2} (1 + 12 \times 5 / 55)^{-1/2} - \frac{1.003 - \epsilon_{mat}}{4.6} \cdot \frac{2/5}{\sqrt{55/5}}} \quad (11)$$

da cui si ottiene:

$$f_{mat} \cong \frac{f_{r0}}{\sqrt{0.822 + 0.178 \epsilon_{mat}}} \text{ GHz} \quad (12)$$

La frequenza di risonanza a vuoto, teorica, è 2.412 GHz e quella misurata è pari a 2.315 GHz.

La figura 3 mostra il grafico ottenuto dall'equazione 12, che rappresenta la risposta del sensore, quando esso è posto a contatto con materiali omogenei di spessore infinito, con

differenti valori di costante dielettrica ϵ_{mat} ; la figura 4 mostra il grafico di figura 3 con scala delle frequenze normalizzata.

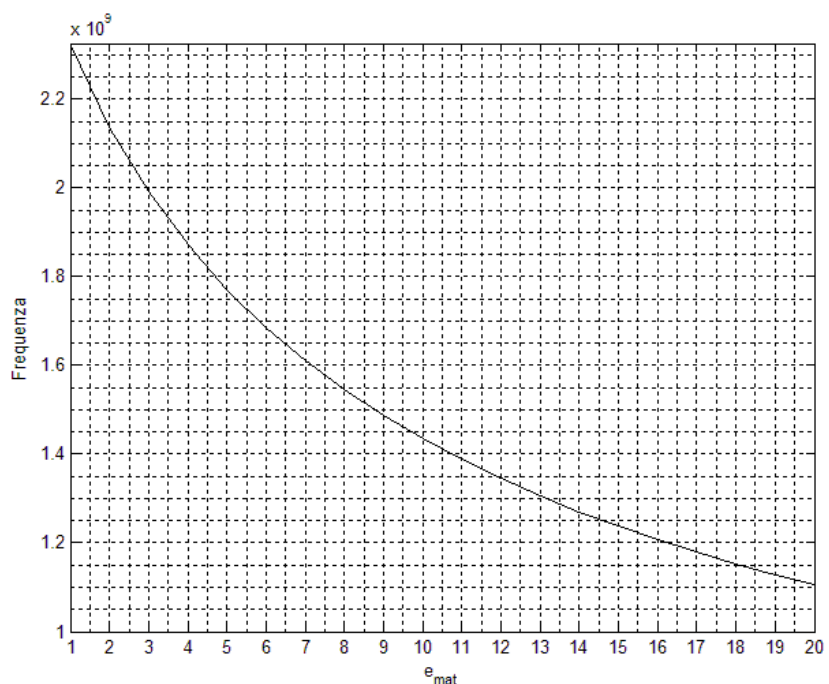


Figura 3. Dipendenza della frequenza di risonanza dell'antenna dalla costante dielettrica del materiale, posto a contatto col patch.

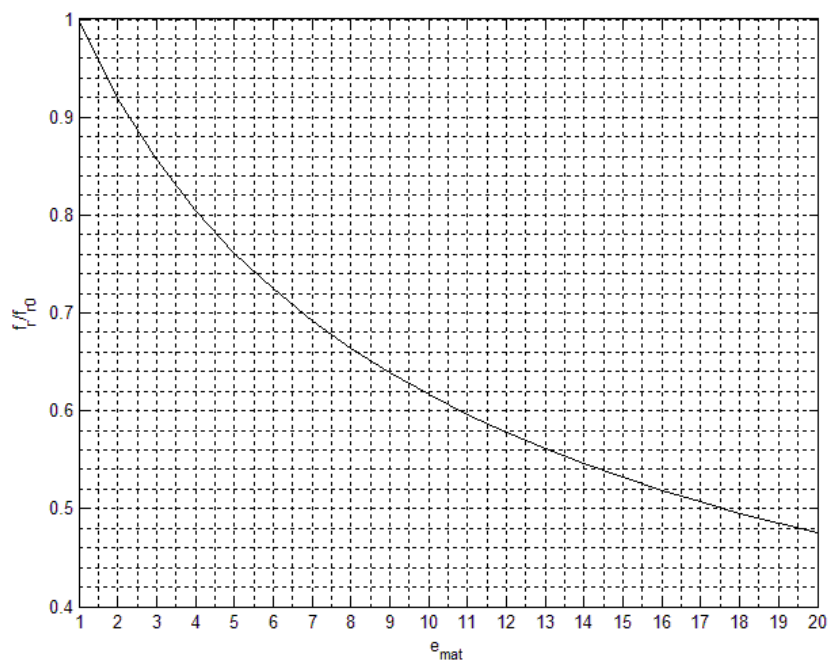


Figura 4. Grafico di figura 3 normalizzato rispetto alla frequenza di risonanza a vuoto.

Simulazione

Il comportamento dell'antenna sia in funzionamento a vuoto, sia con un materiale dielettrico a contatto è stato previsto facendo ricorso al software di simulazione Microwave Studio di CST (Computer Simulation Technology).

Il simulatore risolve le equazioni di Maxwell nello spazio 3D facendo uso del metodo delle differenze finite (vedi appendice 3) e può essere utilizzato per prevedere il comportamento di strutture complesse definibili dall'utente: in particolare, tra le varie strutture, si possono progettare le antenne planari che interessano il progetto, simulando anche il comportamento in presenza di materiali con permittività e costante di perdita definibili dall'utente.

Il software fornisce risultati in forma grafica (1D, 2D e 3D), che rappresentano i parametri S nei vari formati, l'andamento dei campi elettrici e magnetici, e delle correnti superficiali sui piani principali e sulla struttura.

E' stata dimensionata un'antenna a patch con la geometria definita dai parametri riportati in tabella 1; e sono stati eseguiti due insiemi di simulazioni:

- il primo insieme, per verificare la sensibilità del sensore, intesa come variazione della frequenza di risonanza causata da un dielettrico inserito tra le metallizzazioni e da un dielettrico posto a contatto con il patch;
- il secondo insieme, per prevedere la risposta del sensore prodotta da differenti tipi di materiali omogenei posti a contatto del patch.

Sensibilità del sensore

In questa fase di simulazioni, si sono considerati i casi elencati in tabella 2:

Caso	1	2	3
ϵ_{sub}	1.0048	1.0048	5
ϵ_{mat}	1	5	1

Tabella 2. Costanti dielettriche impiegate nella prima fase di simulazione.

Il caso 1 si riferisce al comportamento a vuoto dell'antenna: la frequenza di risonanza è definita dall'equazione 12 con $\epsilon_{mat} = 1$.

Il caso 2 si riferisce al comportamento dell'antenna con un carico di un materiale di spessore 5 mm e permittività pari a 5, posto a contatto con il patch: la frequenza di risonanza è definita in prima approssimazione dall'equazione 12 con $\epsilon_{mat} = 5$; l'equazione 12 però vale nel caso di spessore infinito e quindi fornisce un valore di frequenza più basso rispetto a quello ottenuto con uno spessore finito.

Per quanto riguarda il caso 3, il comportamento teorico dell'antenna è definito dall'equazione 6; sostituendo in 6 i parametri geometrici riportati in tabella 2 si ottiene:

$$f_{rsub} \cong \frac{f_{r0}}{\sqrt{0.178 + 0.822\epsilon_{sub}}} \text{ GHz}$$

e, ponendo $\epsilon_{sub} = 5$, si ottiene: $f_{rsub} \cong 1.1 \text{ GHz}$

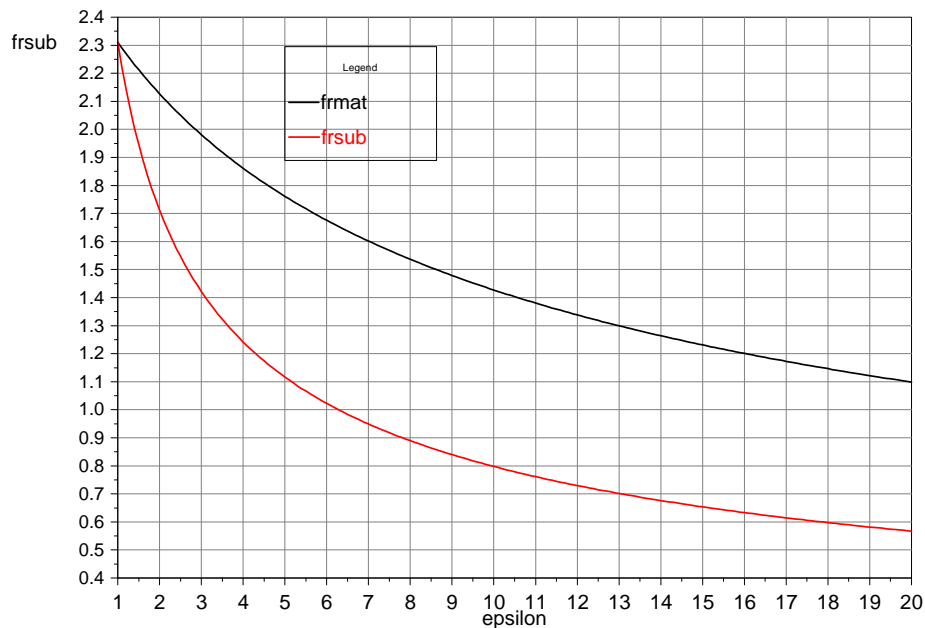


Figura 5. Andamento della frequenza di risonanza dell'antenna con parametri geometrici definiti in tabella 1. Curva nera: materiali di spessore infinito e diversa permittività, posti a contatto con il patch. Curva rossa: materiali di spessore 5 mm e diversa permittività, inseriti fra le lamine.

Le figure 6-7-8 riportano i grafici dei moduli del coefficiente di riflessione prodotti dal programma di simulazione: si vede come la frequenza di risonanza diminuisce, rispetto al valore a vuoto (caso 1), con il materiale inserito fra le lamine (caso 3) dell'antenna o posto a contatto con il patch (caso 2); anche l'ampiezza del picco diminuisce, indicando un disadattamento dell'antenna rispetto alle condizioni a vuoto.

Le figure 9-10-11 riportano l'andamento delle linee di forza del campo elettrico sul piano yz dell'antenna; si osserva che, in presenza di dielettrico (casi 2 e 3), le linee di forza del fringing field subiscono una deviazione in corrispondenza delle superfici di separazione tra il mezzo e l'aria, con l'effetto di modificare la frequenza di risonanza dell'antenna.

Infine, le figure 12-13-14 mostrano l'intensità e il verso del campo elettrico, in particolare tra le lamine. In assenza di carico (figura 12) si instaura un'onda stazionaria con lunghezza d'onda circa uguale al doppio della dimensione L del patch, con un minimo dell'intensità nella parte centrale della struttura; in presenza di dielettrico si ha una lieve variazione della lunghezza dell'onda stazionaria, come si può vedere dal diverso andamento dei campi ai bordi del patch: questo andamento è in accordo con quello indicato nella terna di figure precedenti.

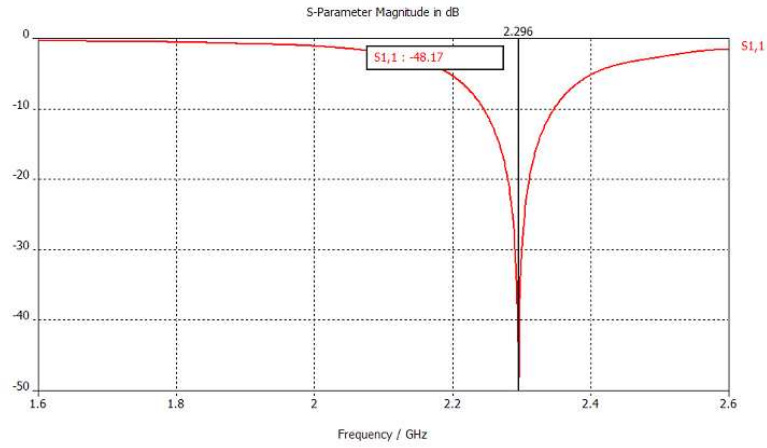


Figura 6. Caso 1 ($\epsilon_{\text{sub}}=1.0036$, $\epsilon_{\text{mat}} = 1$): grafico del modulo del coefficiente di riflessione (S_{11}). $f_{r0} = 2.296\text{GHz}$.

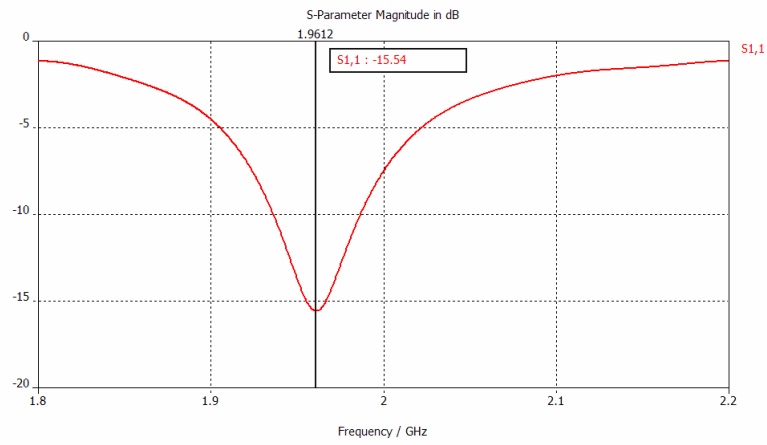


Figura 7. Caso 2 ($\epsilon_{\text{sub}}=1.0036$, $\epsilon_{\text{mat}} = 5$): grafico del modulo del coefficiente di riflessione (S_{11}). $f_{r0} = 1.962\text{GHz}$.

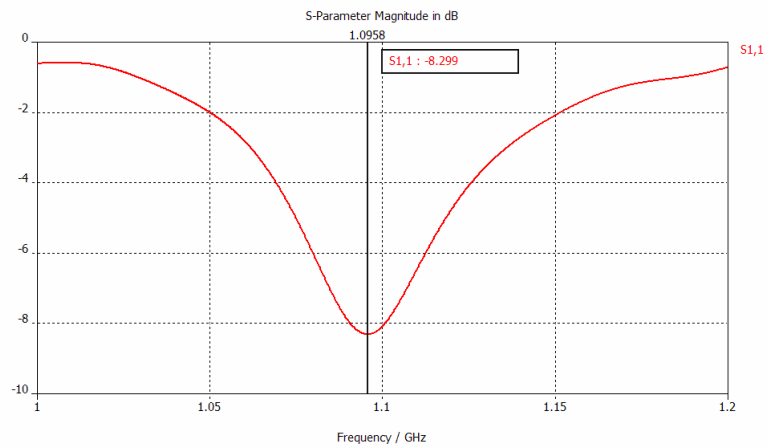


Figura 8. Caso 3 ($\epsilon_{\text{sub}}=5$, $\epsilon_{\text{mat}} = 1$): grafico del modulo del coefficiente di riflessione (S_{11}). $f_{r0} = 1.0956\text{GHz}$.

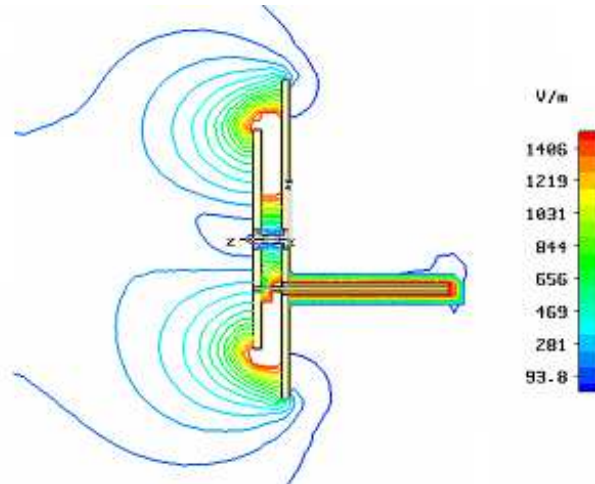


Figura 9. Caso 1 ($\epsilon_{\text{sub}} = 1.0036$, $\epsilon_{\text{mat}} = 1$): linee di forza del campo elettrico nel piano zy.

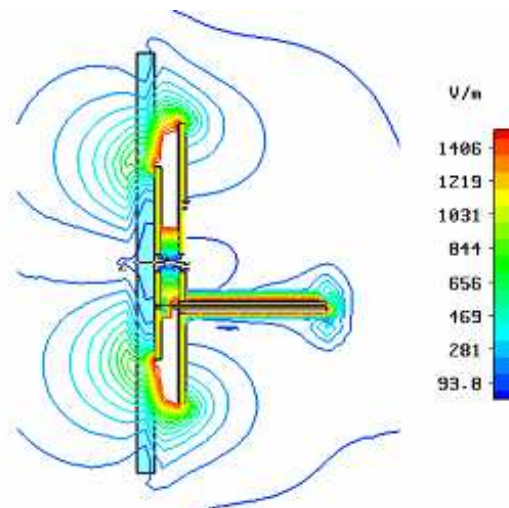


Figura 10. Caso 2 ($\epsilon_{\text{sub}} = 1.0036$, $\epsilon_{\text{mat}} = 5$): linee di forza del campo elettrico nel piano zy.

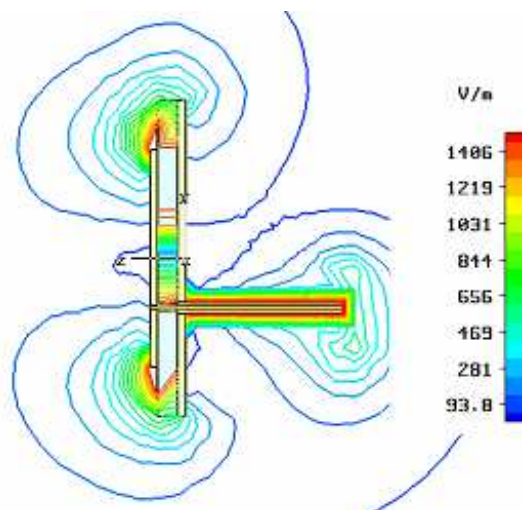


Figura 11. Caso 3 ($\epsilon_{\text{sub}} = 5$, $\epsilon_{\text{mat}} = 1$): linee di forza del campo elettrico nel piano zy.

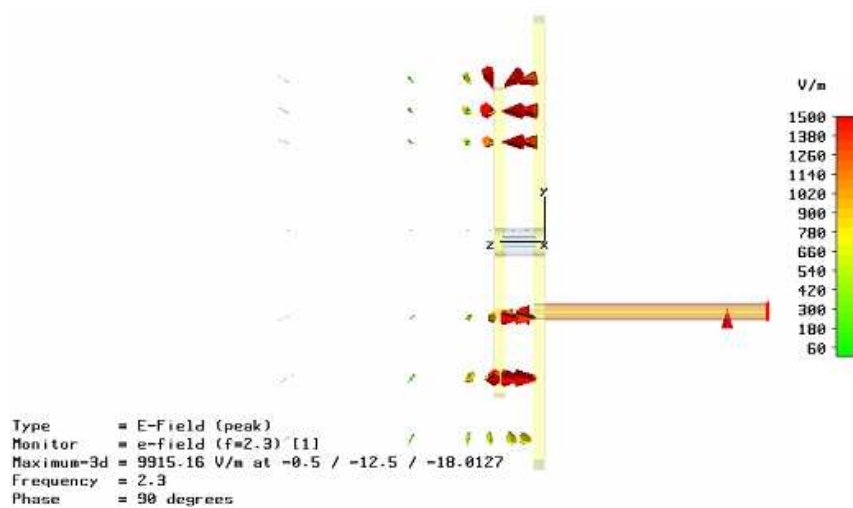


Figura 12. Caso 1 ($\epsilon_{\text{sub}} = 1.0036$, $\epsilon_{\text{mat}} = 1$): intensità e verso del campo elettrico nel piano zy.

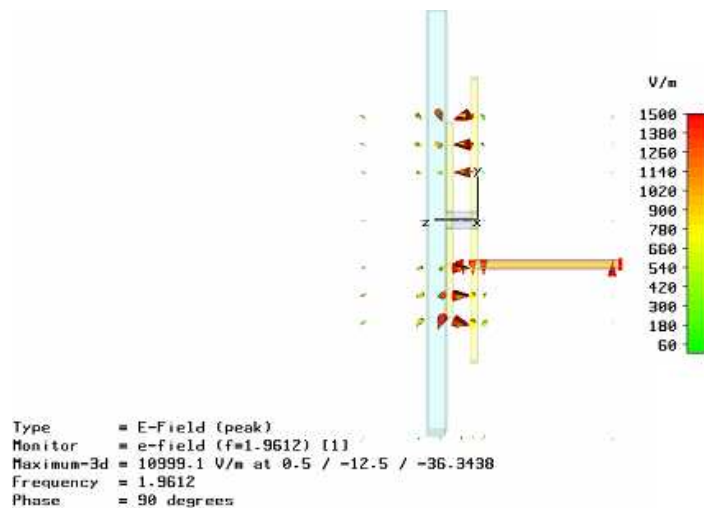


Figura 13. Caso 2 ($\epsilon_{\text{sub}} = 1.0036$, $\epsilon_{\text{mat}} = 5$): intensità e verso del campo elettrico nel piano zy.

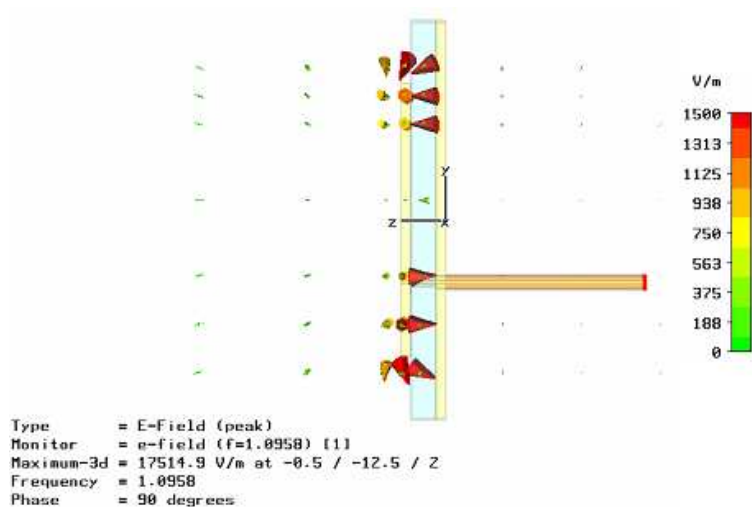


Figura 14. Caso 3 ($\epsilon_{\text{sub}} = 5$, $\epsilon_{\text{mat}} = 1$): intensità e verso del campo elettrico nel piano zy.

Risposta del sensore a contatto con differenti materiali omogenei

In questa fase è stato simulato il comportamento del sensore, posto a contatto con materiali omogenei e isotropi, aventi valori di permittività uguali a: 2.1, 2.6, 3, 4, 5, 6,7,8, e 9.5. I valori 2.1 e 2.6 sono stati scelti in quanto corrispondenti ai valori noti dei materiali plastici teflon e plexiglass; i valori da 5 a 8 coprono l'intervallo tipico di permittività di vari tipi di marmo. Il valore 9.5 corrisponde a quello del materiale ceramico allumina.

Per tutti i materiali sopra elencati sono state eseguite simulazioni relative ad un semispazio infinito e ad uno spessore pari a 50 mm; per i valori di permittività uguali a 2.1, 2.6, 5 e 9.5 le simulazioni sono state eseguite anche considerando spessori di 10, 20, 30 e 40 mm.

Inoltre, per quanto riguarda il valore 9.5 sono state eseguite simulazioni relative a due e tre strati di 10 mm sovrapposti: ciò è stato fatto allo scopo di confrontare i risultati della simulazione con quelli ottenuti sperimentalmente con due piastrelle di allumina di 10 mm di spessore, ciascuna.

Tutte le simulazioni relative sono state eseguite nel range 0.5-3 GHz, boundary conditions "open add space", mesh 20 linee per lunghezza d'onda, accuratezza -40 dB.

La figura 15 riporta i parametri S_{11} , ricavati dalle simulazioni, per tutti i materiali per un semispazio infinito (background material variabile in base al materiale considerato).

Le figure 16-17-18 riportano i grafici dei coefficienti di riflessione ottenuti per spessori di 50 mm con $\epsilon = 2.6, 5, 9.5$.

La figura 19 riporta i grafici dei coefficienti di riflessione ottenuti con $\epsilon = 2.6$, con spessore uguale a 10, 20, 30, 40 e 50 mm; la figura 20 riporta i grafici dei coefficienti di riflessione ottenuti con $\epsilon = 5$ con spessore uguale a 10, 20, 30,40 e 50 mm; la figura 21 riporta i grafici dei coefficienti di riflessione ottenuti con $\epsilon = 9.5$ con spessore uguale a 10, 20, 30 e 40 mm.

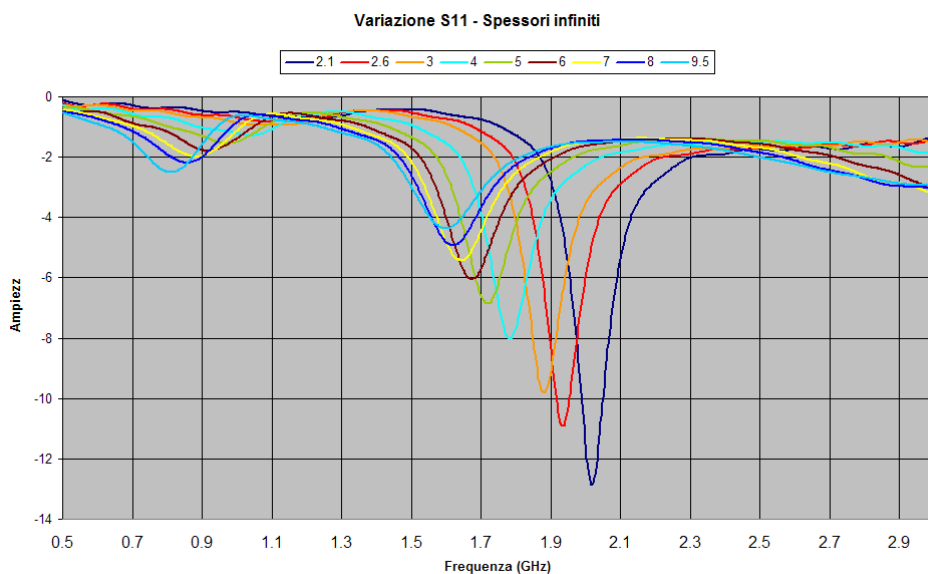


Figura 15. Risposte simulate per differenti valori di ϵ con spessore di materiale infinito.

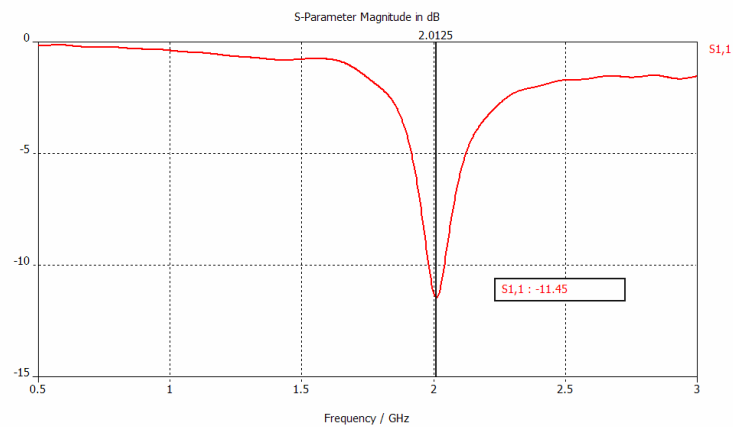


Figura 16. Simulazione con $\epsilon = 2.6$, spessore 50 mm: grafico del modulo del coefficiente di riflessione S_{11}

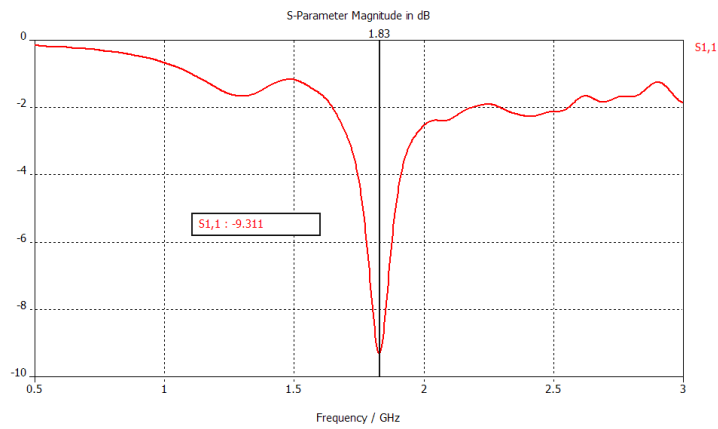


Figura 17. Simulazione con $\epsilon = 5$, spessore 50 mm: grafico del modulo del coefficiente di riflessione S_{11}

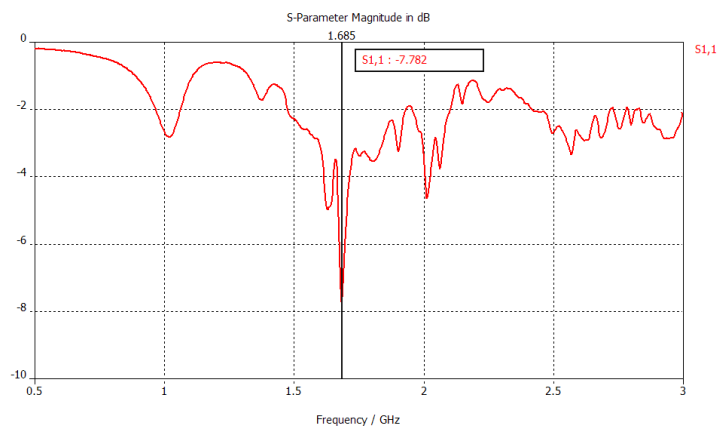


Figura 18. Simulazione con $\epsilon = 9.5$, spessore 50 mm: grafico del modulo del coefficiente di riflessione S_{11}

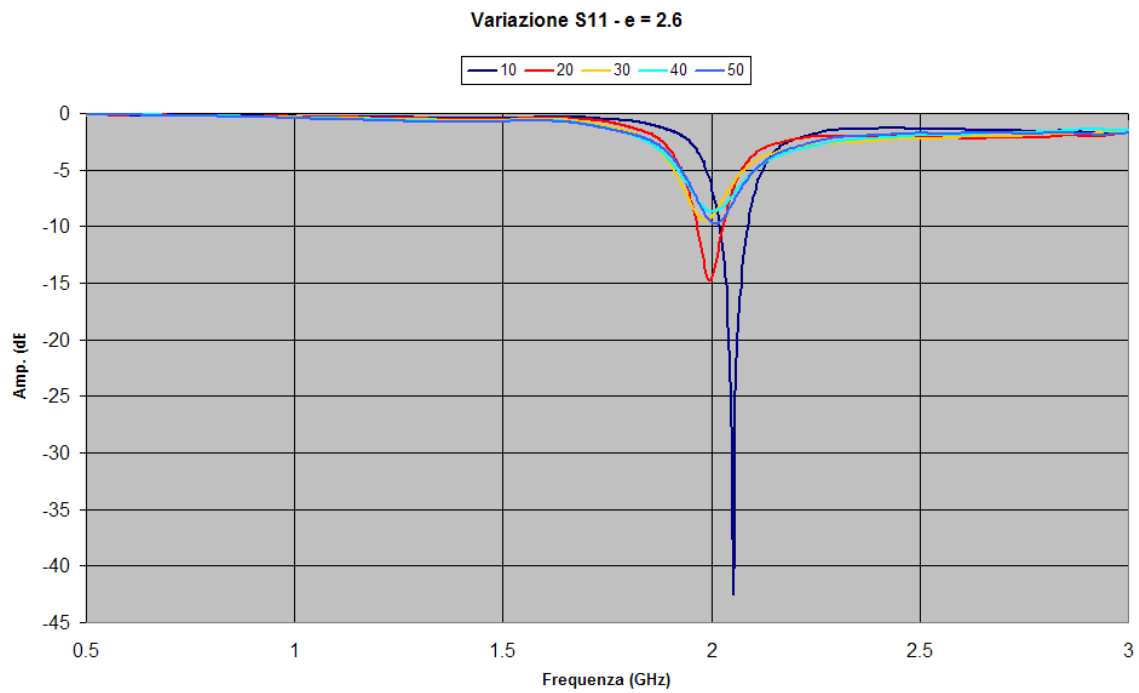


Figura 19. Risposte simulate per $\epsilon = 2.6$ per spessori 10,20,30,40 e 50 mm.

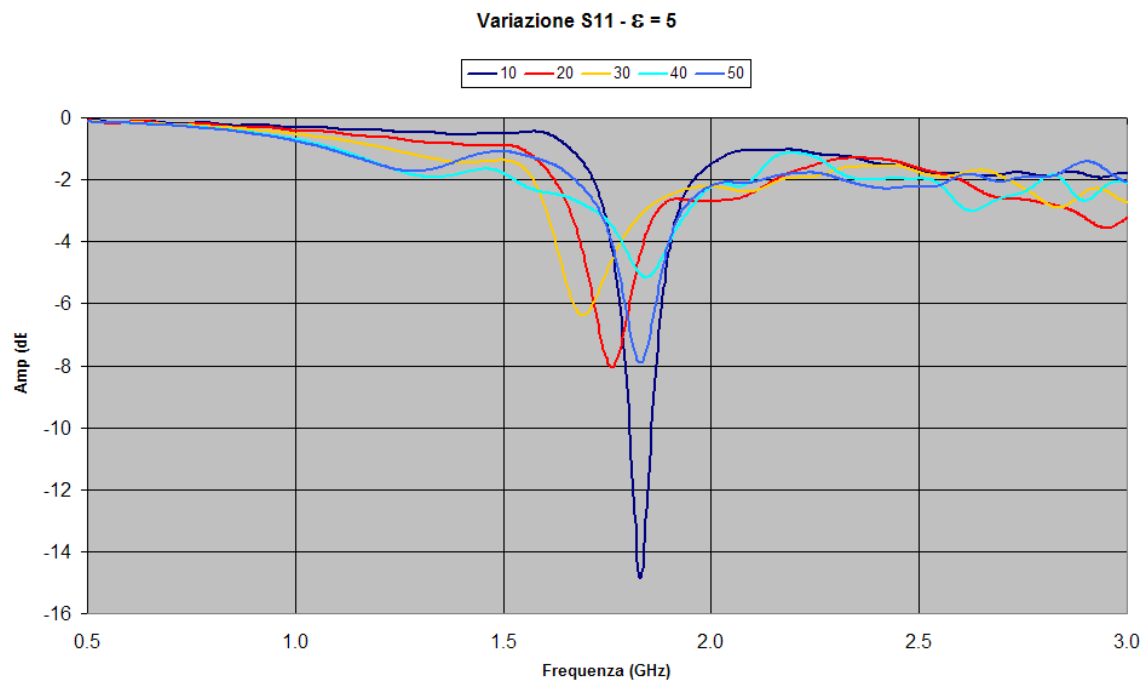


Figura 20. Risposte simulate per $\epsilon = 5$ per spessori 10,20,30,40 e 50 mm.

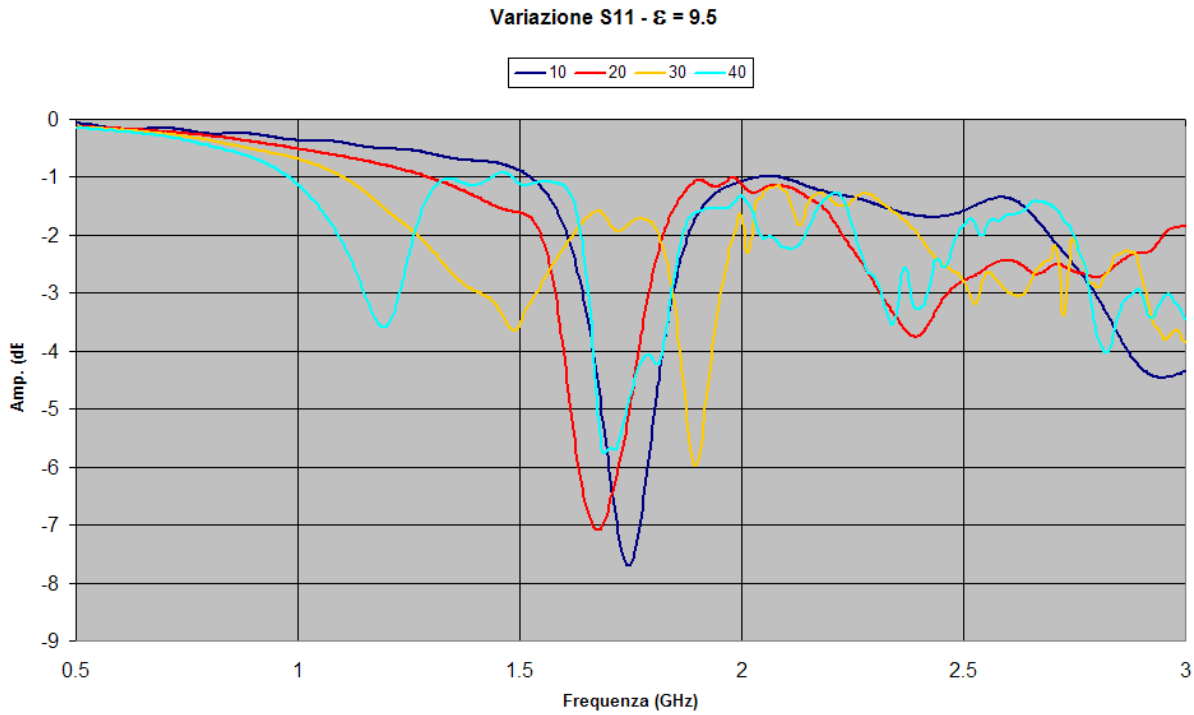


Figura 21. Risposte simulate per $\epsilon = 9.5$ per spessori 10,20,30 e 40 mm.

La tabella 3 riporta i valori della frequenza di risonanza determinata sui grafici delle curve S_{11} per i differenti tipi di materiali ai differenti valori di spessore.

<i>Spessore (mm)</i>	10	20	30	40	50	∞
<i>ϵ_{nat}</i>						
2.1	2.116	2.075	2.068	2.076	2.076	2.022
2.6	2.057	2.000	1.987	2.010	2.012	1.937
3					1.965	1.882
4					1.9	1.782
5	1.830	1.760	1.690	1.842	1.830	1.717
6					1.752	1.672
7					1.695	1.640
8					1.747	1.617
9.5	1.742	1.675	1.895	1.690	1.685	1.597

Tabella 3. Riepilogo frequenze di risonanza relative alle simulazioni di tutti i materiali

La tabella 4 riassume i valori di frequenza di risonanza determinati sulle curve di simulazione ottenute con più strati sovrapposti di 10 mm di spessore, con $\epsilon = 9.5$.

N. strati	Frequenza (GHz)
1 x 10 mm	1.714
2 x 10 mm	1.620
3 x 10 mm	1.494

Tabella 4. Riepilogo dati simulazioni con strati di materiale con $\epsilon = 9.5$

La figura 25 riporta il grafico normalizzato della frequenza di risonanza del sensore in funzione del materiale a contatto con il patch (con spessore infinito) ed i risultati della simulazione con differenti materiali e differenti spessori: le frequenze delle singole simulazioni sono state ricavate dalle tabelle 3, 4 e 5, normalizzati rispetto alla frequenza di risonanza a vuoto ottenuta in simulazione, $f_{r0} = 2.296$ GHz.

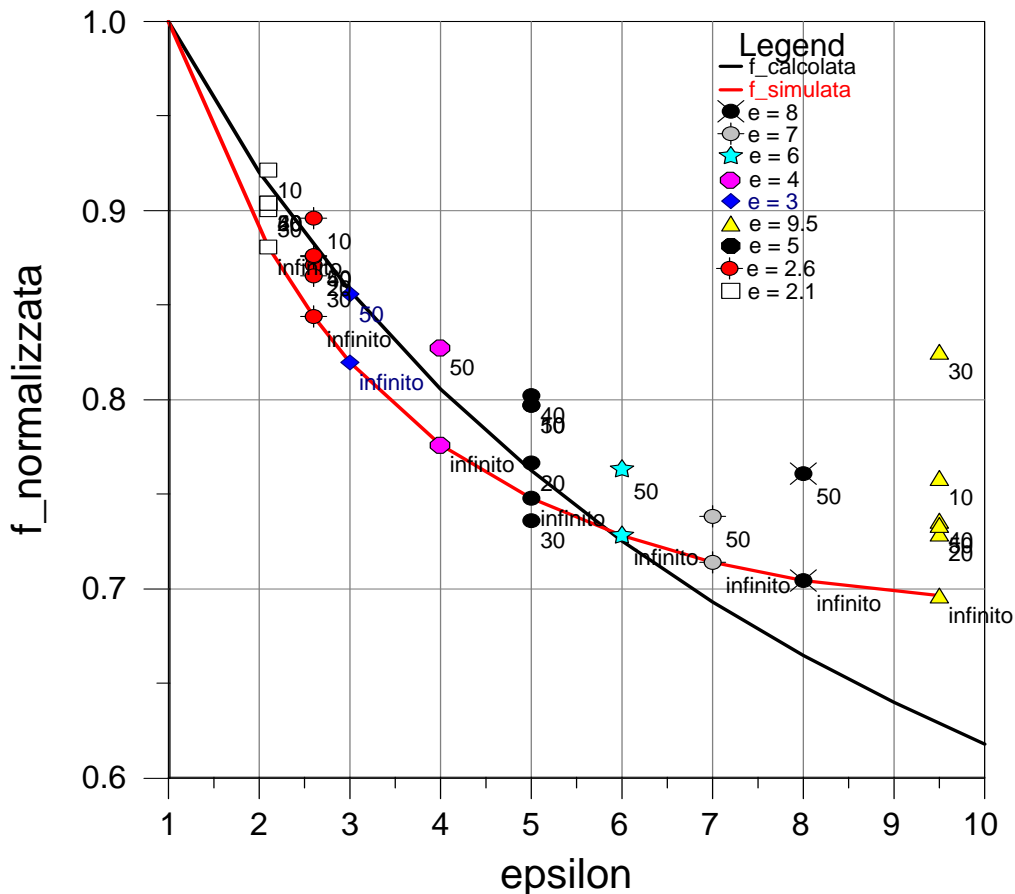


Figura 22. Andamento della curva di risposta del sensore e risultati della simulazione con i differenti materiali

Sperimentazione

Il comportamento effettivo del sensore, descritto in precedenza, è stato determinato in via sperimentale facendo uso di campioni di materiali plastici, ceramici e lapidei.

Materiali e metodi

Il sensore è stato collegato ad un analizzatore vettoriale HP 8753B, in grado di pilotare un dispositivo nel range di frequenze 300 KHz – 3 GHz, ricavando i parametri S; in particolare, nelle esperienze condotte è stato ricavato il modulo del coefficiente di riflessione dell'antenna a patch (S_{11}), in un intervallo di frequenza da 0.8 a 2.6 GHz in base al materiale considerato.

Il risultato della misura, costituito da un vettore di 801 punti, è stato trasferito mediante un collegamento via GPIB ad un calcolatore, sul quale è stato utilizzato un software (LabVIEW) per il pilotaggio remoto dell'analizzatore, ed è stata sviluppata un'interfaccia grafica che simula alcune funzioni del pannello di controllo dell'analizzatore.

I dati prelevati per mezzo dell'interfaccia sono stati elaborati mediante funzioni e comandi Matlab, al fine di individuare le caratteristiche dielettriche del materiale in esame.

Sul vettore $|S_{11}(f)|$ è individuato il valore di minimo di ampiezza alla frequenza f_{rmat} , e mediante l'equazione 12 si ricava la permittività del materiale in esame; si ha:

$$\varepsilon_{mat} \cong \frac{1}{0.18} \left(\frac{f_{r0}}{f_{rmat}} \right)^2 - \frac{0.822}{0.18} = 5.56 \times \left(\frac{f_{r0}}{f_{rmat}} \right)^2 - 4.56 \quad (13)$$

dove f_{r0} è la frequenza di risonanza misurata a vuoto.

La tabella 5 riporta i campioni esaminati.

N. campione	Classe	Materiale	Spessore (mm)	Permittività nominale
1a	Plastico	Teflon	10	2.08 - 2.1
1b	Plastico	Teflon	20	2.08 - 2.1
1c	Plastico	Teflon	50	2.08 - 2.1
2a	Plastico	Plexiglass	10	2.55 - 2.7
2b	Plastico	Plexiglass	20	2.55 - 2.7
2c	Plastico	Plexiglass	50	2.55 - 2.7
3a	Plastico	PVC	20	2.7-2.9
3b	Plastico	PVC	50	2.7-2.9
4	Ceramico	Allumina	10	9.5
5	Lapideo	Marmo bianco	50	6 – 8
6	Lapideo	Marmo rosa	50	6 – 8
7	Lapideo	Marmo grigio	50	6 – 8
8	Lapideo	Mattone	50	
9	Lapideo	Cemento	50	6 – 12

Tabella 5. Elenco dei campioni esaminati con il sensore a patch

Risultati

La figura 23 riporta la sovrapposizione dei grafici del coefficiente di riflessione relativi alla misura a vuoto, ottenuti in due giorni diversi, previa calibrazione dell'analizzatore.

Le figure 24 – 26 riportano i risultati ottenuti dalle misure sui tre campioni di teflon; le figure 27 – 29 riportano i risultati ottenuti dalle misure sui tre campioni di plexiglass; le figure 30 e 31 riportano i risultati ottenuti dalle misure sui due campioni di PVC.

La figura 32 riporta il risultato ottenuto con una piastrella di allumina (campione 4), mentre la figura 33 riporta il risultato ottenuto esaminando due piastrelle di allumina sovrapposte.

Le figure 34 – 38 riportano i risultati ottenuti con i materiali lapidei riportati in tabella 5.

I grafici riportati sono il risultato della media di tre acquisizioni, eseguite posizionando il sensore sul campione, allo scopo di minimizzare il rapporto segnale rumore.

La tabella 6 riporta le frequenze di risonanza ottenute elaborando i grafici ed i valori di permittività ricavati mediante l'equazione 13.

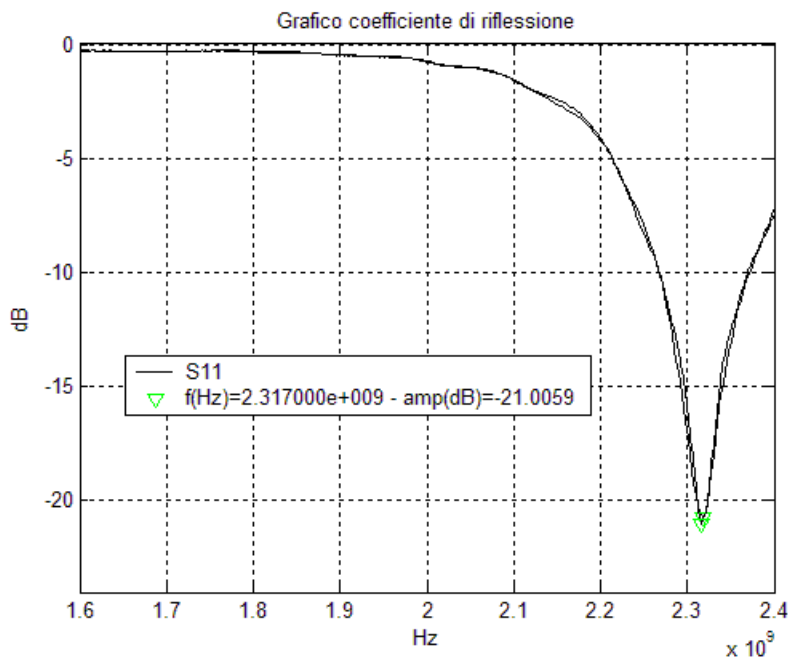


Figura 23. Grafico del coefficiente di riflessione relativo alla misura a vuoto

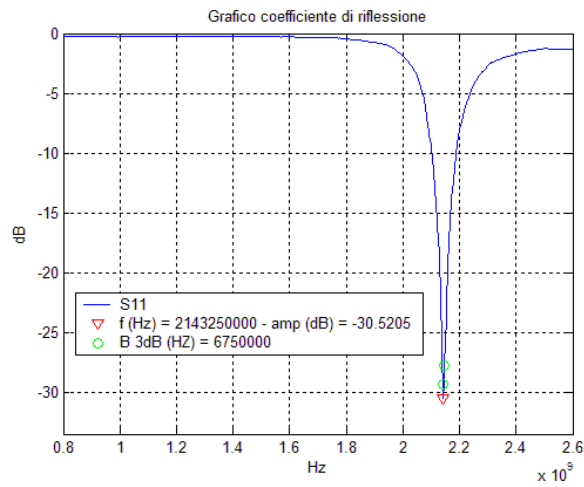


Figura 24. Grafico del coefficiente di riflessione ottenuto con il campione 1a (Teflon 10 mm)

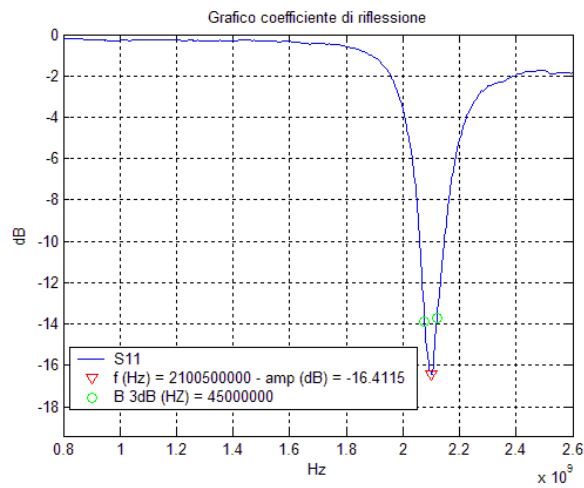


Figura 25. Grafico del coefficiente di riflessione ottenuto con il campione 1b (Teflon 20 mm)

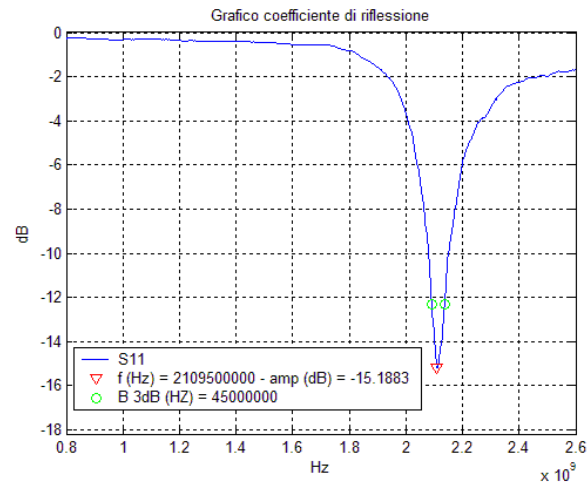


Figura 26. Grafico del coefficiente di riflessione ottenuto con il campione 1c (Teflon 50 mm)

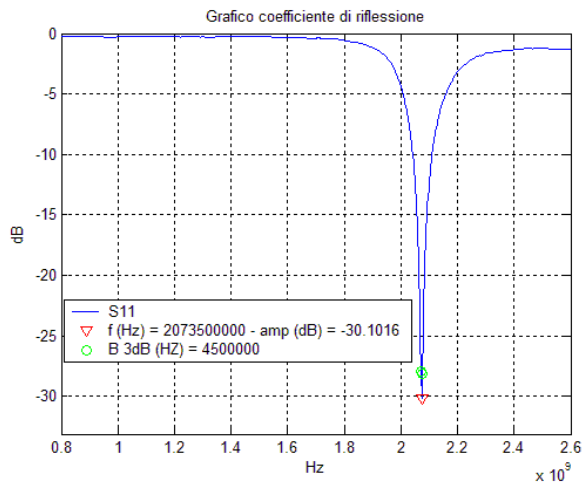


Figura 27. Grafico del coefficiente di riflessione ottenuto con il campione 2a (Plexiglass 10 mm)

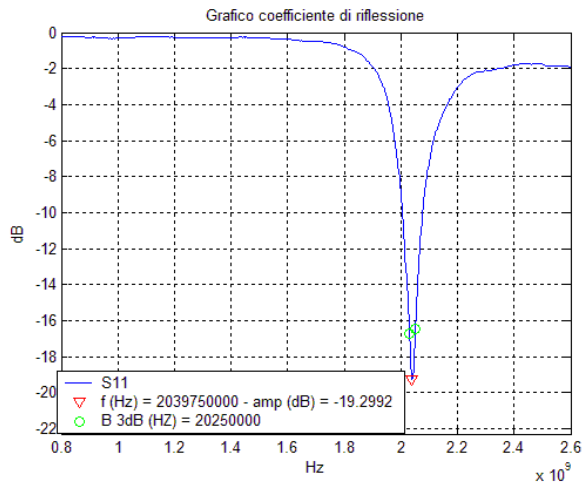


Figura 28. Grafico del coefficiente di riflessione ottenuto con il campione 2b (Plexiglass 20 mm)

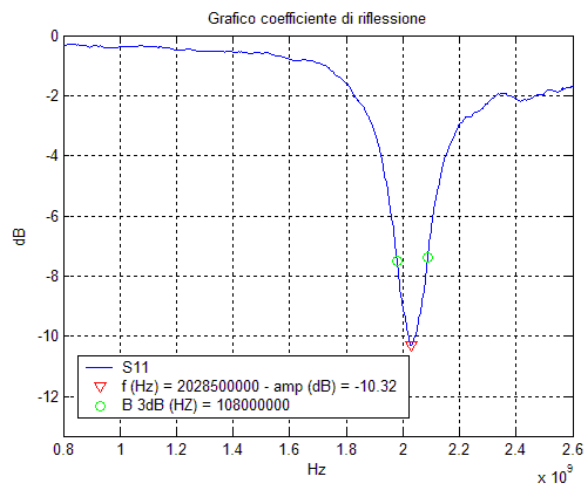


Figura 29. Grafico del coefficiente di riflessione ottenuto con il campione 2c (Plexiglass 50 mm)

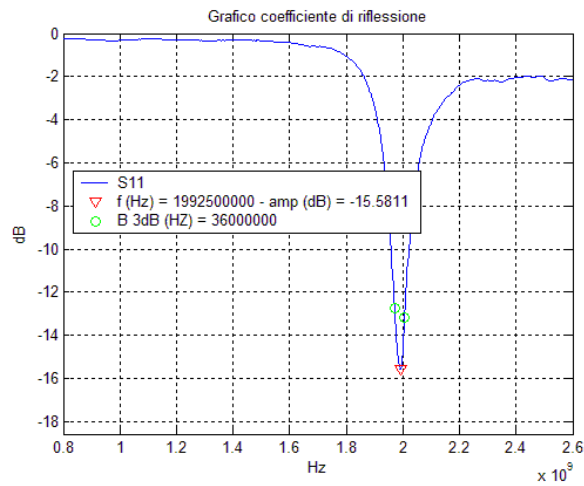


Figura 30. Grafico del coefficiente di riflessione ottenuto con il campione 3a (PVC 20 mm)

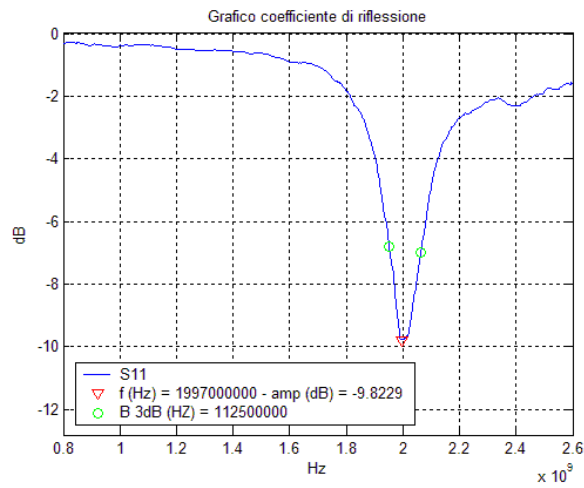


Figura 31. Grafico del coefficiente di riflessione ottenuto con il campione 3b (PVC 50 mm)

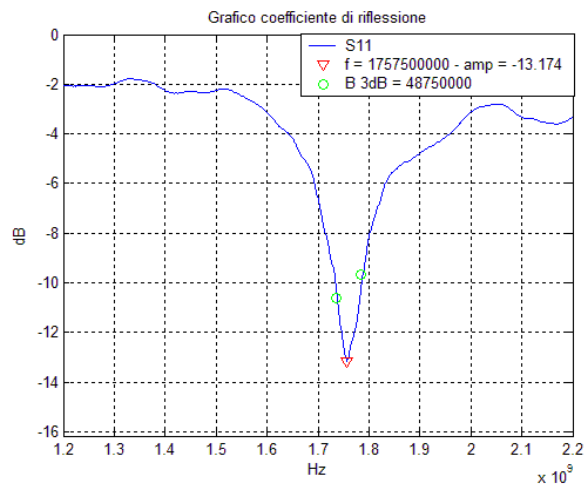


Figura 32. Grafico del coefficiente di riflessione ottenuto con il campione 4 (Allumina 10 mm)

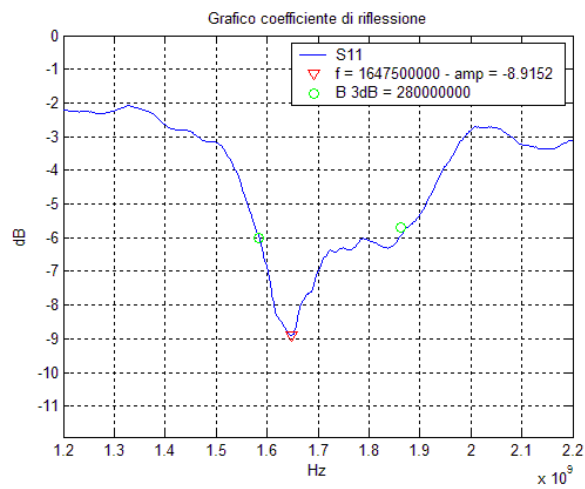


Figura 33. Grafico del coefficiente di riflessione ottenuto sovrapponendo due piastrelle di allumina da 20 mm

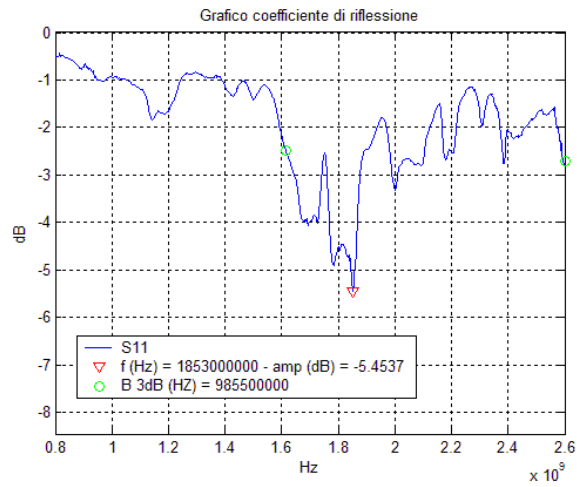


Figura 34. Grafico del coefficiente di riflessione ottenuto con il campione 5 (marmo bianco 50 mm)

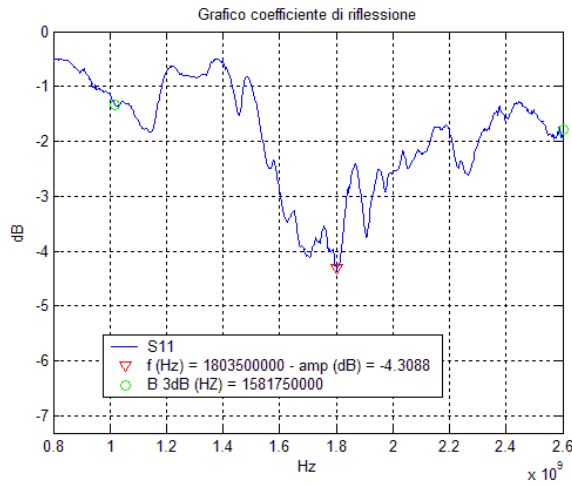


Figura 35. Grafico del coefficiente di riflessione ottenuto con il campione 6 (marmo rosa 50 mm)

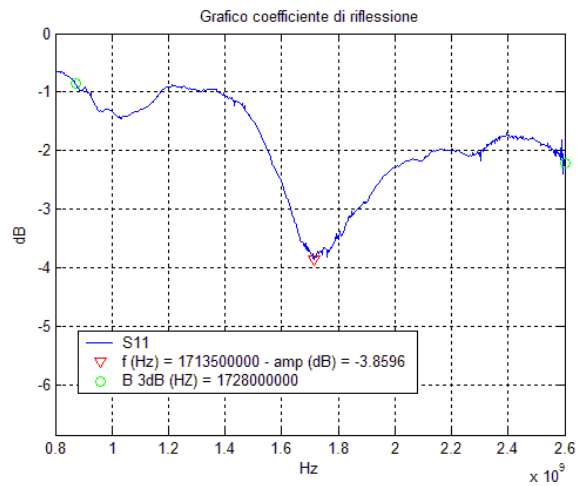


Figura 36. Grafico del coefficiente di riflessione ottenuto con il campione 7 (marmo grigio 50 mm)

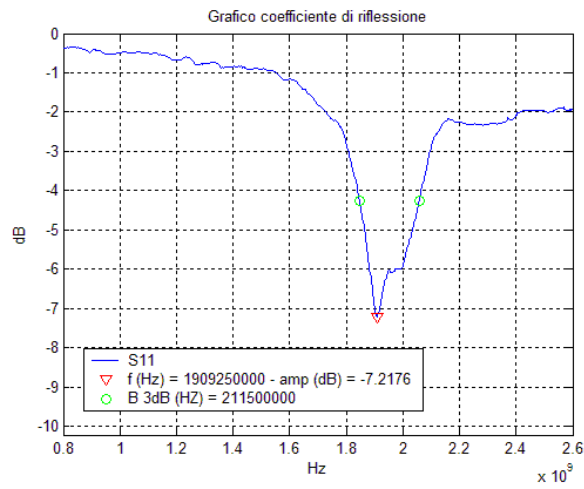


Figura 37. Grafico del coefficiente di riflessione ottenuto con il campione 8 (mattoni 50 mm)

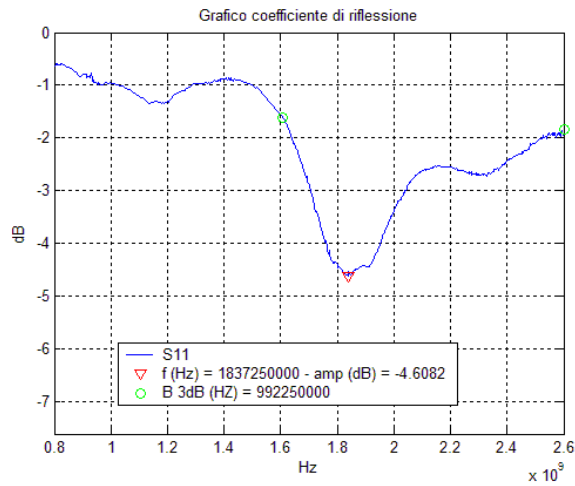


Figura 38. Grafico del coefficiente di riflessione ottenuto con il campione 9 (cemento 50 mm)

N. campione	Materiale	Spessore (mm)	Permittività nominale	Frequenza Materiale (GHz)	ϵ_{mat} analitica	ϵ_{mat} simulata
1a	Teflon	10	2.08 - 2.1	2.143	1.987	
1b	Teflon	20	2.08 - 2.1	2.100	2.256	
1c	Teflon	50	2.08 - 2.1	2.109	2.198	1.825
2a	Plexiglass	10	2.55 - 2.7	2.073	2.435	
2b	Plexiglass	20	2.55 - 2.7	2.040	2.668	
2c	Plexiglass	50	2.55 - 2.7	2.028	2.749	2.2
3a	PVC	20	2.7-2.9	1.992	3.016	
3b	PVC	50	2.7-2.9	1.997	2.981	2.375
4	Allumina	10	9.5	1.757	5.090	
4	Allumina	20	9.5	1.647	6.423	7.4
5	Marmo bianco	50	6 - 8	1.853	4.200	3.425
6	Marmo rosa	50	6 - 8	1.803	4.688	3.9
7	Marmo grigio	50	6 - 8	1.713	5.685	5.4
8	Mattone	50		1.909	3.691	3.2
9	Cemento	50	6 - 12	1.837	4.351	3.70

Tabella 6. Riepilogo dei risultati sperimentali

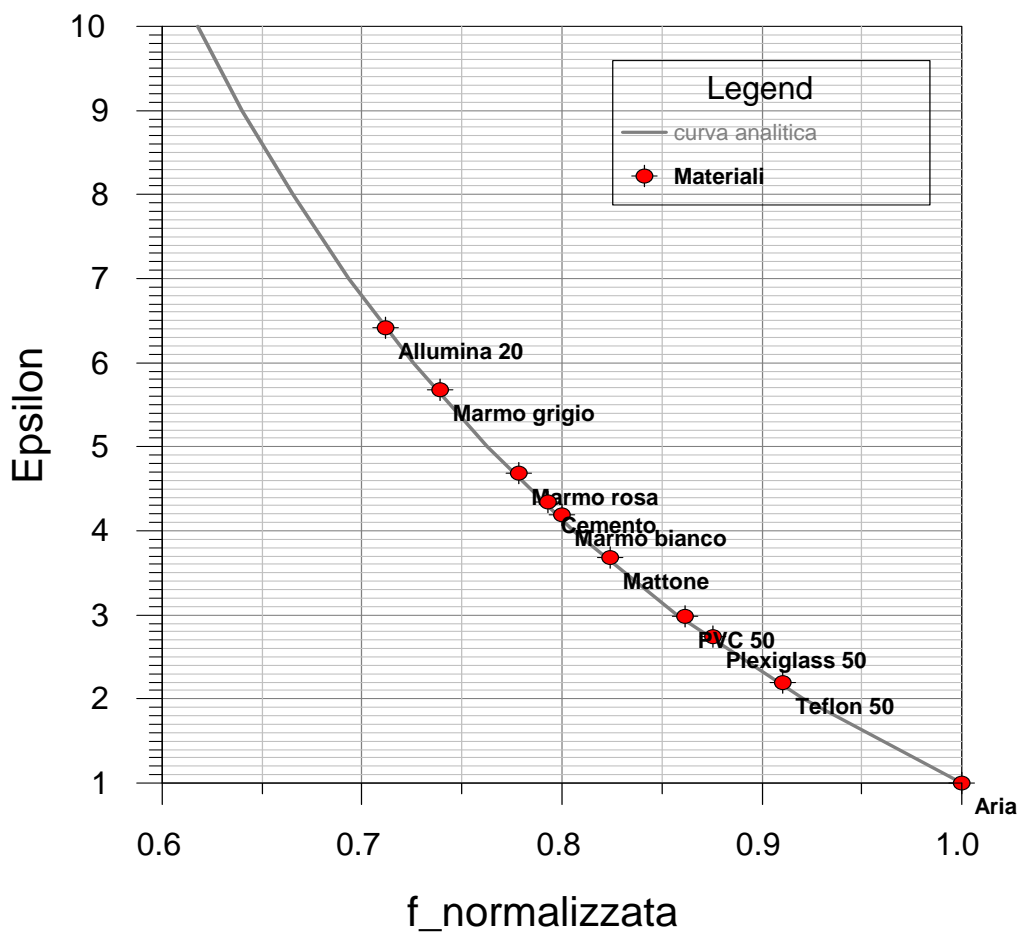


Figura 39. Rappresentazione dei risultati sperimentali sulla curva analitica

Discussione e conclusioni

Le risposte del sensore ottenute in simulazione, considerando materiali omogenei che occupano tutto il semispazio sovrastante il patch, indicano una variazione non lineare della frequenza di risonanza in funzione della permittività del materiale di volta in volta considerato (vedi fig.15); le ampiezze dei picchi diminuiscono al crescere della permittività e le larghezze aumentano, in modo che il fattore Q_l (determinato dalle perdite nel materiale) diminuisce notevolmente nell'intervallo di permittività considerato. Si ha, infatti, $Q_l \approx 30$ per $\varepsilon = 2.1$ e $Q_l \approx 7$ per $\varepsilon = 6$.

In figura 15, si può notare che il grafico di S_{11} ottenuto in simulazione presenta anche picchi di risonanza secondari per valori di $\varepsilon \geq 4$: questi picchi hanno ampiezza circa uguale a 1 dB e frequenza circa uguale alla metà del picco di risonanza.

Per quanto riguarda la variazione di f_r in funzione dello spessore del materiale in prova, la tabella 3 mostra che per i quattro tipi di permittività considerati ($\varepsilon = 2.1, 2.6, 5, 9.5$), al variare dello spessore da 10 mm a infinito, la frequenza di risonanza non scende in modo monotono, ma presenta delle oscillazioni per valori di spessore di 40 e 50 mm (vedi anche figure 19, 20 e 21): questo fatto può essere causato da imprecisioni di calcolo introdotte dal simulatore. Del resto, come si può vedere nelle figure 16-18, a parità di spessore considerato si ottengono grafici con andamento differente al variare della permittività impostata: per $\varepsilon = 2.6$ si ha un segnale con un singolo picco di risonanza ben individuabile (vedi figura 16), per $\varepsilon = 5$ il grafico presenta delle oscillazioni lente, che non inficiano la determinazione della frequenza risonanza (vedi figura 17), e infine per $\varepsilon = 9.5$ si nota un picco di massima ampiezza, assunto come picco di risonanza, e ulteriori picchi a banda stretta con ampiezze poco inferiore a quella del picco di risonanza; in certi casi ciò può introdurre difficoltà nella corretta individuazione della frequenza di risonanza (vedi figura 18).

Si noti anche (vedi figura 21) che per $\varepsilon = 9.5$ in simulazione si trovano picchi di assorbimento a frequenze maggiori di f_r .

Comunque, come si può vedere nella figura 22, che riporta in forma grafica tutti i risultati delle simulazioni, fissata ε , al crescere dello spessore considerato, la frequenza di risonanza diminuisce e tende a raggiungere il valore minimo che si trova sulla curva costruita usando gli spessori infiniti; si può ragionevolmente supporre che i valori non bene ordinati (ad esempio spessore 30 per $\varepsilon = 5$ o spessore 30 per $\varepsilon = 9.5$) siano da attribuirsi ad imprecisioni di calcolo.

In figura 22, si nota anche che i valori di frequenza di risonanza ottenuti in simulazione nell'intervallo di permittività compreso tra 1 e 6, sono inferiori ai corrispondenti valori di risonanza determinati in base alla funzione analitica definita dall'equazione 12; un comportamento opposto si ha per $\varepsilon > 6$. Ciò è attribuibile al fatto che la funzione analitica è basata, come già detto, su un modello quasi statico, mentre la simulazione è basata sulla soluzione delle equazioni di Maxwell nel dominio del tempo (metodo ibrido FDTD-FIT); la curva di risposta complessiva ottenuta in questo modo non ha un andamento del tipo

$$f_{mat} \cong \frac{1}{\sqrt{a + (1-a)\varepsilon_{mat}}}.$$

Nelle prove sperimentali la permittività del materiale in esame è stata determinata individuando la frequenza del picco di risonanza, f_{rmat} , sui grafici di S_{11} prodotti dall'analizzatore vettoriale, e calcolando successivamente il valore di permittività mediante l'equazione 13.

Come si può vedere dalle figure 24 ÷ 38, l'individuazione del picco è immediata in molti casi, soprattutto per quanto riguarda i materiali plastici esaminati, mentre risulta più difficile in altri casi, soprattutto quelli relativi a materiali ceramici e lapidei (vedi in particolare le figure 34 e 35). La differenza delle strutture dei grafici è logicamente imputabile alla differenza delle strutture dei materiali esaminati: quelli di tipo plastico hanno una struttura fortemente omogenea e anche in fase sperimentale, così come in simulazione, i grafici presentano un singolo picco ben definito per tutti gli spessori considerati; invece, i materiali lapidei, che hanno una struttura non omogenea, presentano in generale vari picchi, talvolta affiancati, per cui è necessario stabilire un criterio per l'individuazione della frequenza di risonanza: si è scelto quindi di assumere come valore di risonanza quello individuato dal picco con valore minimo sulla scala in dB.

Per quanto riguarda il campione di allumina, si può notare che per uno spessore di 10 mm si ottiene un singolo picco ben definito (vedi figura 32), mentre per 20 mm si ottiene un picco asimmetrico, che presenta un fronte ripido a sinistra, ed un fronte a scalini a destra (vedi figura 33): questo comportamento non è giustificato dalla omogeneità del materiale, che dovrebbe essere simile a quelle dei materiali plastici i quali producono un singolo picco simmetrico; d'altra parte un grafico simile si ottiene anche con la simulazione (dato non riportato).

Per quanto riguarda i risultati ottenuti con materiali di permittività costante e spessore variabile, si può notare come la frequenza di risonanza diminuisce al crescere dello spessore, con piccole oscillazioni imputabili ad artefatti di misura (vedi tabella 6).

Per quanto riguarda le misure assolute di permittività (vedi tabella 6), per i materiali plastici esaminati (teflon, plexiglass e pvc) si ha un buon accordo tra i valori di misura e i dati di riferimento; non si ha invece un buon accordo per quanto riguarda l'allumina, che ha un valore di permittività nominale pari a 9.5 ed un valore misurato di circa 6.5 (per spessore di 20 mm): i risultati sperimentali lasciano quindi supporre che il comportamento del sensore sia approssimabile mediante l'equazione 12, per un intervallo di permittività da 1 a 6; per valori di permittività superiori a 6 i valori ottenuti con la suddetta equazione siano sottostimati. C'è comunque da tenere presente che l'equazione 12 è valida per spessori infiniti, mentre nel caso pratico si hanno sempre spessori finiti e quindi il comportamento reale del sensore dipende sia dallo spessore reale del materiale, sia dalla profondità di penetrazione e dall'attenuazione nel materiale.

In conclusione, salvo ulteriori prove sperimentali volte a determinare l'incidenza del rumore sui dati di misura, si può asserire che lo strumento realizzato è in grado di fornire una stima dei valori assoluti di permittività all'interno di range più piccoli di quello attualmente considerato ($1 \leq \epsilon \leq 10$).

L'approccio seguito permette di caratterizzare materiali dielettrici mediante prove non distruttive. La determinazione dello shift del picco di risonanza all'interno della banda di eccitazione del sensore, consente di eseguire misure relative di permittività che

permettono sia confrontare campioni differenti, sia determinare le variazioni di permittività su un singolo campione.

Ogni singola misura è determinata dal valore medio di permittività in un volume la cui base è determinata dalle dimensioni del sensore e la cui altezza è pari a circa 50 mm: si possono quindi confrontare le misure ottenute su campioni differenti aventi lo stesso spessore, oppure le misure ottenute in posizioni diverse di un campione esteso con spessore costante.

Appendice 1. Propagazione delle onde elettromagnetiche

La propagazione delle onde elettromagnetiche è descritta dalle Equazioni di Maxwell che possono essere espresse, per un regime sinusoidale, nella seguente forma:

$$\begin{aligned}\nabla^2 \vec{E} &= \gamma^2 \vec{E} \\ \nabla^2 \vec{H} &= \gamma^2 \vec{H}\end{aligned}\tag{1.1}$$

dove \vec{E} ed \vec{H} sono i fasori (numeri complessi) vettoriali del campo elettrico e magnetico esprimibili nel seguente modo:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= E_0 e^{j\omega t} \\ \vec{H} &= H_0 e^{j\omega t}\end{aligned}\tag{1.2}$$

E_0 ed H_0 sono le ampiezze dei campi, $j = \sqrt{-1}$, $\omega = 2\pi f$ è la pulsazione (misurata in rad/sec) ed f è la frequenza dell'onda elettromagnetica (misurata in Hz).

Nelle (1.1) la quantità complessa γ è detta *numero d'onda* ed è esprimibile come:

$$\gamma = j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)\tag{1.3}$$

dove $\mu = \mu_0\mu_r$ è la permeabilità magnetica misurata in [H/m] del mezzo in cui l'onda si propaga; μ_0 è la permeabilità magnetica del vuoto pari a circa 1.257×10^{-7} H/m; μ_r è la permeabilità magnetica relativa, generalmente pari ad 1 nei mezzi di nostro interesse.

La permittività dielettrica è definita dalla seguente relazione $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$ ed è misurata in [F/m]; ε_0 è la permeabilità dielettrica del vuoto, pari a circa 8.5×10^{-12} F/m e ε_r è la permeabilità dielettrica relativa.

La conducibilità del materiale, σ , è espressa in [S/m].

I due principali fenomeni che mettono in relazione la propagazione delle onde elettromagnetiche ed il moto delle cariche elettriche nei mezzi sono la *conduzione* e la *polarizzazione*.

Applicando dall'esterno un campo elettrico ad un materiale conduttore si ha conduzione, in altre parole gli elettroni di conduzione cominciano a migrare nel verso opposto alla direzione del campo elettrico.

Applicando invece un campo elettrico ad un materiale dielettrico si ha polarizzazione, cioè si ha un orientamento delle molecole dipolari del materiale sotto l'azione del campo applicato dall'esterno in modo da generare un campo che si opponga ad esso. Qualora il materiale non sia costituito da molecole dipolari si ha una deformazione delle molecole causata dalla separazione delle cariche positive e negative sotto l'effetto del campo elettrico.

Esplicitando la prima equazione delle (1.1) si ottiene:

$$\nabla^2 \vec{E} = j\omega\mu\sigma\vec{E} - \omega^2\mu\varepsilon\vec{E}\tag{1.4}$$

dove il primo termine al secondo membro tiene conto dei fenomeni di conduzione, mentre il secondo termine tiene conto dei fenomeni di polarizzazione.

Introduciamo ora un parametro che quantifica le perdite conduttive dei mezzi, detto *tangente dell'angolo di perdita*, definito come:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} \quad (1.5)$$

Nel caso di un buon conduttore essa è molto maggiore di 1, mentre per un buon isolante essa è molto minore di 1.

Analizzando la diffusione dell'onda elettromagnetica e considerando la sua parte progressiva che può essere scritta nella forma:

$$\vec{E}(z, t) = E_0 e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (1.6)$$

Essa indica che l'onda si propaga lungo l'asse z in un sistema di assi cartesiani. α è il *coefficiente di attenuazione* e β è il *coefficiente di fase* rispettivamente pari a:

$$\alpha = \omega \frac{\mu \varepsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2 \omega^2}} - 1 \right]^{1/2} \quad [\text{m}^{-1}] \quad (1.7)$$

$$\beta = \omega \frac{\mu \varepsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2 \omega^2}} + 1 \right]^{1/2} \quad [\text{m}^{-1}] \quad (1.8)$$

A questo punto possiamo dire che il numero d'onda indicato nella (1.3) può essere espresso, in funzione dei due coefficienti appena indicati, nella forma:

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (1.9)$$

Sempre in funzione dei coefficienti di attenuazione e di fase possiamo indicare due quantità fondamentali per la valutazione delle prestazioni del sistema utilizzato, cioè la *lunghezza d'onda* e la *velocità di propagazione dell'onda nel mezzo*, pari, rispettivamente, a:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad [\text{m}] \quad (1.10)$$

$$v_m = \lambda f = \frac{\omega}{\beta} \quad [\text{m/sec}] \quad (1.11)$$

Appendice 2. Influenza della permittività elettrica dei materiali e della loro conducibilità sulla propagazione delle onde elettromagnetiche

E' opportuno esprimere la costante dielettrica del mezzo come un numero complesso:

$$\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon'' = \varepsilon' - j\frac{\sigma}{\omega} \quad (2.1)$$

Di conseguenza la costante dielettrica relativa è esprimibile come:

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \varepsilon'_r - j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0} \quad (2.2)$$

Nella (2.1) il termine ε' tiene conto degli effetti di polarizzazione e decresce al crescere della frequenza a causa dell'inerzia delle particelle cariche che si orientano: il suo andamento in funzione della frequenza è costante a tratti e decresce velocemente in corrispondenza delle frequenze alle quali avviene, in natura, l'orientamento dei dipoli.

Il termine ε'' , invece, tiene conto delle perdite dovute al processo di conduzione ed ha un andamento in funzione della frequenza caratterizzato da dei picchi in corrispondenza delle variazioni di ε' .

Una volta definite le (2.1) e (2.2) possiamo combinarle con le espressioni precedentemente scritte per ottenere le seguenti espressioni per la tangente dell'angolo di perdita (2.3) e per il coefficiente di attenuazione (2.4):

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\varepsilon'' + \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0}}{\varepsilon'_r} \quad (2.3)$$

$$\alpha = \omega \frac{\mu\varepsilon_0\varepsilon'_r}{2} \left[\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{(\varepsilon_0\varepsilon'_r)^2}} - 1 \right]^{1/2} \quad (2.4)$$

C'è da dire che la maggior parte dei materiali di interesse nelle indagini non distruttive a microonde sono buoni isolanti ed inoltre per l'intervallo di frequenze di indagine nella banda ISM il termine ε'_r si può assumere costante.

Nei materiali isolanti ($\operatorname{tg} \delta \ll 1$) si hanno le seguenti espressioni semplificate per il coefficiente di attenuazione in un mezzo omogeneo e per il coefficiente di riflessione sulla superficie di separazione tra due mezzi:

$$\alpha = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu_0\mu_r}{\varepsilon_0\varepsilon'_r}} \quad (2.5)$$

$$\Gamma = \frac{\sqrt{\epsilon'_1} - \sqrt{\epsilon'_2}}{\sqrt{\epsilon'_1} + \sqrt{\epsilon'_2}} \quad (2.6)$$

Analizzando la (2.6) si nota che l'intensità della riflessione dipende dalla differenza tra le costanti dielettriche relative dei due mezzi, tanto maggiore sarà la differenza tra le due tanto maggiore sarà l'intensità del campo riflesso.

Da essa si nota inoltre che se $\epsilon'_1 < \epsilon'_2$ si ha un'inversione di fase dell'onda riflessa (perché $\Gamma < 0$), mentre se $\epsilon'_1 > \epsilon'_2$ non si ha inversione di fase del segnale riflesso (perché $\Gamma > 0$).

Sempre per materiali isolanti, l'espressione della velocità di propagazione può essere semplificata per ottenere la seguente forma:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (2.7)$$

Nelle indagini non distruttive, la possibilità di individuare difetti dipende dal tipo di materiale ispezionato, in particolare dalla profondità di penetrazione, d_p , della radiazione elettromagnetica all'interno del materiale.

d_p è definita come la distanza dalla superficie alla quale l'intensità della radiazione elettromagnetica è ridotta del fattore 1/e; infatti, l'onda si attenua gradualmente penetrando nel materiale senza mai scomparire del tutto.

La profondità di penetrazione nei materiali dielettrici dipende sia dal segnale, ed in particolare dalla sua lunghezza d'onda, sia dalle caratteristiche del mezzo in cui si propaga, come la permittività dielettrica e le perdite. In genere d_p aumenta con l'aumentare della lunghezza d'onda, mentre diminuisce con l'aumentare delle perdite nel materiale. La relazione valida per i materiali dielettrici può essere approssimata nel modo seguente [3]:

$$d_p \approx \frac{\lambda_0}{2\pi} \cdot \frac{\sqrt{\epsilon'_r}}{\epsilon''_r} \quad (2.8)$$

dove $\lambda_0=c/f$ è la lunghezza d'onda nello spazio libero; ϵ' ed ϵ'' sono rispettivamente la parte reale e immaginaria della permittività.

In letteratura, la profondità di penetrazione (indicata con δ) è generalmente legata alla efficacia di schermatura di un materiale conduttore: la bontà del conduttore è legata ad un piccolo valore del parametro δ . Nelle indagini non distruttive, invece, ricorrendo ad un'altra relazione [3] valida per i materiali dielettrici (di conducibilità trascurabile), è possibile, mediante opportune tecniche d'ispezione, localizzare, anche con una certa precisione, la posizione di un difetto all'interno di un campione.

Appendice 3. Metodo di simulazione: tecnica FIT

Per la simulazione dell'antenna impiegata è stato utilizzato un software di simulazione elettromagnetica di tipo FDTD (*Finite Difference Time Domain*): Microwave Studio 5 – CST. Questo simulatore è basato sulla tecnica FIT (*Finite Integration Technique*), sviluppata per la prima volta da Weiland nel 1977 [4-5].

La tecnica FIT fornisce una riformulazione discreta delle equazioni di Maxwell in forma integrale, e permette di simulare in modo più realistico problemi di tipo elettromagnetico con geometrie complesse. Realizza uno schema universale di discretizzazione spaziale applicabile a una grande varietà di problemi elettromagnetici che vanno dal calcolo di campi statici, all'analisi di applicazioni ad alta frequenza [6].

A differenza della maggior parte dei metodi numerici, il FIT discretizza una forma integrale delle equazioni di Maxwell anziché la più usata forma differenziale:

$$\oint_{\partial A} \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A} \quad (1)$$

$$\oint_{\partial A} \vec{H} \cdot d\vec{s} = - \int_A \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} - \vec{J} \right) \cdot d\vec{A}$$

$$\oint_{\partial V} \vec{D} \cdot d\vec{A} = \int_V \rho \cdot dV \quad (2)$$

$$\oint_{\partial V} \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Al fine di risolvere queste equazioni, viene creato un dominio di calcolo di dimensioni finite. Creando poi un sistema di *mesh adattivo*, formato da celle elementari, il dominio viene poi suddiviso in tanti piccoli cubi e prende il nome di grid cells.

La discretizzazione spaziale delle equazioni di Maxwell è realizzata mediante due sistemi di *mesh* ortogonali tra loro, come mostrato in figura, dove i nuovi gradi di libertà sono rappresentati dai valori degli integrali stessi, calcolati sulle celle elementari.

Facendo riferimento alla figura 1, le tensioni elettriche \mathbf{e} ed i flussi magnetici \mathbf{b} sono allocati sulla griglia primaria G , invece le tensioni magnetiche \mathbf{h} ed i flussi elettrici \mathbf{d} sono allocati sulla griglia secondaria \tilde{G} .

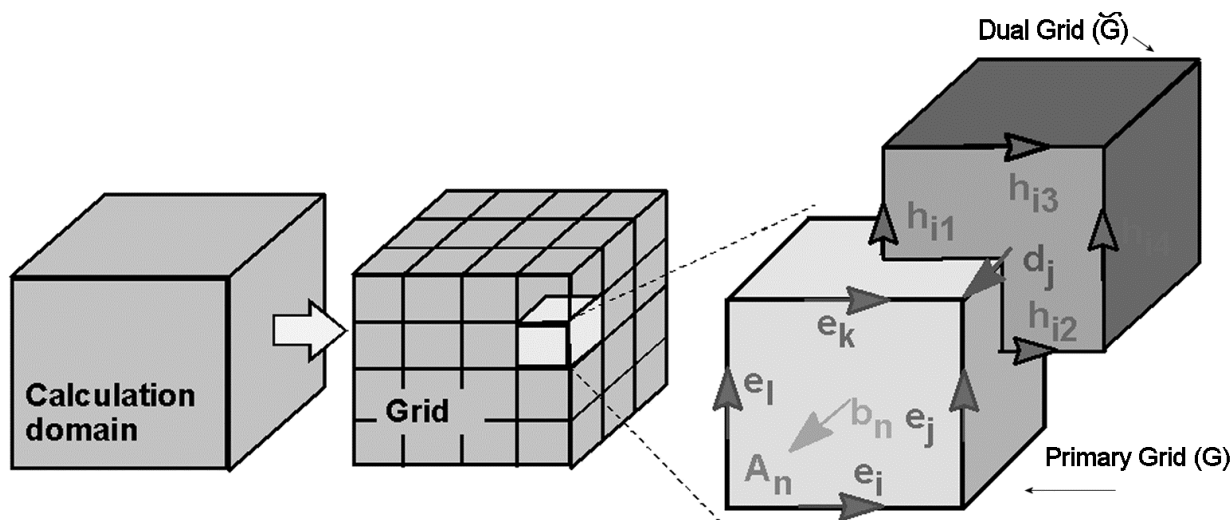


Figura 1 - Discretizzazione del dominio di calcolo e suddivisione in celle primarie e celle secondarie. Si indicano le tensioni e i flussi elettromagnetici nel seguente modo: e_i = tensione elettrica; h_i = tensione magnetica; d_i = flusso elettrico; b_i = flusso magnetico

Le equazioni di Maxwell vengono quindi formulate e risolte separatamente per ogni singola cella.

Considerando la legge di Faraday, l'integrale chiuso che compare nelle equazioni (1) può essere riscritto come somma di quattro tensioni appartenenti alla griglia senza che questo introduca ulteriori errori.

Di conseguenza, la derivata rispetto al tempo del flusso magnetico definito sulla faccia racchiusa dagli spigoli della griglia primaria rappresenta ciò che c'è al secondo membro dell'equazione; nella figura seguente è mostrato lo schema a blocchi del procedimento seguito per la prima equazione delle (1). Ripetendo questa procedura per tutte le facce dei cubi, la regola di calcolo può essere espressa in forma matriciale, introducendo la matrice C come equivalente discreto del rotore.

Applicando questo schema alla legge di Ampère anche sulla griglia secondaria, si arriva alla definizione della matrice \tilde{C} .

Nella stessa maniera, la discretizzazione delle rimanenti equazioni (2), porta alla definizione degli operatori discreti di divergenza S e \tilde{S} , corrispondenti rispettivamente alla griglia primaria e secondaria. Come indicato in figura 2, gli operatori discreti sono delle matrici costituite da elementi pari a '0', '1' e '-1' che rappresentano semplici informazioni topologiche.

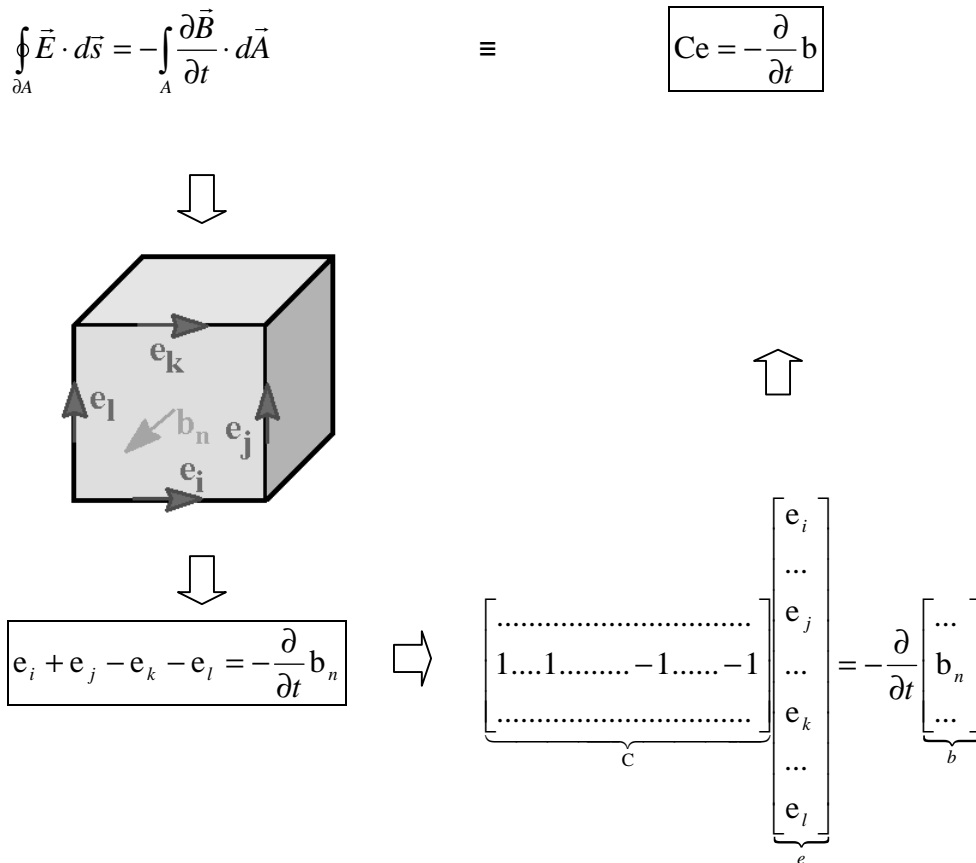


Figura 2 – Schema a blocchi relativo alla soluzione della prima equazione delle (1)

Infine, si ottiene l'insieme completo delle equazioni discretizzate, note con il nome di *Maxwell's Grid Equations* (MGE's):

$$\begin{aligned} C_e = - \frac{d}{dt} b & & \tilde{C}h = \frac{d}{dt} d + j \\ \tilde{S}d = q & & Sb = 0 \end{aligned} \tag{3}$$

Confrontandole con le equazioni continue (1) e (2) si evidenziano immediatamente tutte le corrispondenze.

E' importante sottolineare, ancora una volta, che questa trattazione non introduce errori addizionali. Questo è il punto essenziale della discretizzazione di tipo FIT si ripercuote positivamente sugli operatori continui di rotore, gradiente e divergenza, i quali si conservano nello spazio costituito dalla griglia.

Le equazioni di continuità in funzione degli operatori discreti sono dunque:

$$\begin{aligned} SC = \tilde{S}\tilde{C} = 0 & \quad \leftrightarrow \quad \text{div} \cdot \text{rot} \equiv 0 \\ C\tilde{S}^T = \tilde{C}S^T = 0 & \quad \leftrightarrow \quad \text{rot} \cdot \text{grad} \equiv 0 \end{aligned} \tag{4}$$

A questo punto è necessario ricordare che, in generale, la discretizzazione spaziale di un algoritmo numerico può causare una instabilità a lungo termine. Tuttavia, basandosi sulle relazioni (4), nella formulazione FIT questo inconveniente non si presenta grazie al verificarsi delle relazioni (3), che garantiscono che le MGE's rispettino la conservazione di carica ed energia.

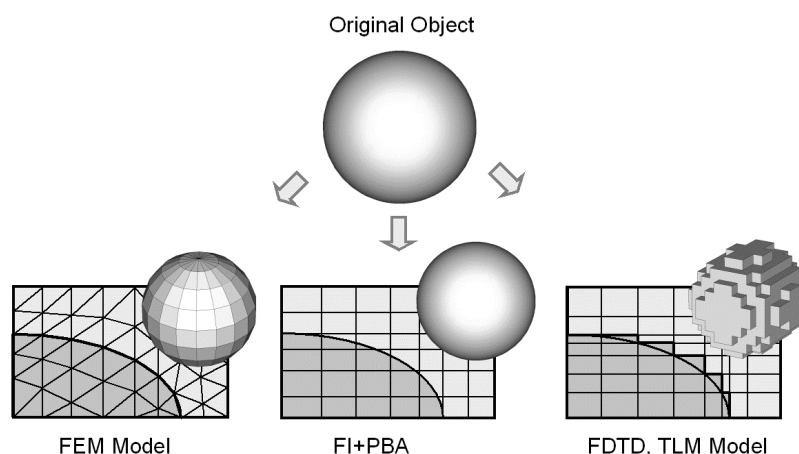
Il metodo, così descritto, sembrerebbe privo di difetti, ma non sono ancora state introdotte le equazioni costitutive dei materiali, le quali causano una inevitabile inaccuratezza dovuta alla discretizzazione spaziale.

Per poter definire le relazioni necessarie tra le tensioni e i flussi, i rispettivi valori integrali devono essere approssimati sugli spigoli della griglia e all'interno dell'area sottesa dalla varie cellette. Ciò fa sì che i coefficienti risultanti dipendano mediamente dai parametri del materiale così come dipendono dalla risoluzione spaziale della griglia. Queste dipendenze possono essere rappresentate in forma matriciale:

$$\begin{aligned}
 \vec{D} = \epsilon \vec{E} & \quad \rightarrow \quad d = M_\epsilon e \\
 \vec{B} = \mu \vec{H} & \quad \rightarrow \quad b = M_\mu h \\
 \vec{J} = \sigma \vec{E} + \vec{J}_s & \quad \rightarrow \quad j = M_\sigma e + j_s
 \end{aligned} \tag{5}$$

Ora abbiamo tutte le equazioni necessarie alla soluzione di problemi elettromagnetici nello spazio discreto costituito dalle griglie [4].

Il software Microwave Studio 5, utilizza la tecnica FIT insieme alla condizioni al contorno di tipo PBA (*Perfect Boundary Approximation*) [6]. Le PBA permettono di eliminare l'effetto di *staircasing* (approssimazione dei profili mediante gradinata) tipico dei classici metodi FDTD, il quale limita l'accuratezza dell'analisi delle superfici curve, come mostrato in figura 3.



Il metodo di simulazione si basa sulla soluzione delle MGE's (3) nelle quali le derivate rispetto al tempo sono sostituite dalle differenze centrali, che permettono di ottenere un aggiornamento esplicito dei campi, nel modo seguente (in caso di assenza di perdite):

$$e^{n+1/2} = e^{n-1/2} + \Delta t M_e^{-1} \left[\tilde{C} M_\mu^{-1} b^n + j_s^n \right] \quad (6)$$

$$b^{n+1} = b^n - \Delta t C_e e^{n+1/2}$$

Dalle 6 deriva lo schema rappresentato nella figura seguente e noto con il nome di *leap-frog scheme*.

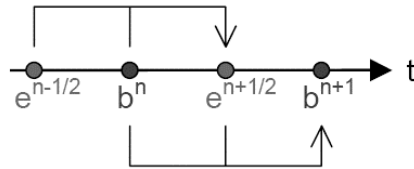


Figura 4 – Schema “leap-frog”

Ad esempio, il flusso magnetico all'istante $t = (n + 1)\Delta t$ è ottenuto a partire dal flusso magnetico all'istante precedente $t = n\Delta t$ e dal campo elettrico ottenuto un mezzo passo prima, cioè a $t = (n + 1/2)\Delta t$.

Una volta ricavati i risultati nel dominio del tempo, si possono estrarre questi parametri nel dominio della frequenza mediante la Trasformata di Fourier, e quindi ottenere i parametri S_{ij} , Y_{ij} , Z_{ij} lungo una sezione dei rami di un dispositivo a n porte e relativamente a tutti i modi compresi quelli evanescenti.

Bibliografia

- [1] E. Bozzi, M. Chimenti, O. Salvetti, A. Zucchelli, "Le antenne a patch come sensori per indagini non distruttive a microonde su campioni di marmo" Rapporto tecnico ISTI, B4-25, settembre 2003.
- [2] K. G. Gupta, R. Garg, I. J. Bahl, *Microstrip Lines and Slotlines*. Norwood MA: Artech, 1979, chapters 1-2.
- [3] A. R. Von Hippel, "Dielectric Properties and Waves", John Wiley, N. Y., 1954.
- [4] T. Weiland, "A discretization method for the solution of Maxwell's equations for six-component fields", *Electronics and Communication, AEÜ*, Vol. 31, No. 3, pp. 116-120, 1977.
- [5] M. Clemens, T. Weiland, "Discrete Electromagnetism with the Finite Integration Technique", *Progress in Electromagnetic Research, PIER* 32, pp.65-87, 2001.
- [6] Manuale "Advanced Topics" – CST Microwave Studio