

**IRIS-LAGEOS 2 : ANALISI PRELIMINARE
DELLE MANOVRE PER L'ACQUISIZIONE
DELL'ORBITA NOMINALE**

**L. ANSELMO
A. CARDILLO
M. LUCCHESI
R. MUGELLES**

**Rapporto Interno
C82-17**

CNUCE - Novembre 1982

IRIS-LAGEOS 2 : ANALISI PRELIMINARE DELLE MANOVRE PER
L'ACQUISIZIONE DELL'ORBITA NOMINALE

A. Cardillo e M. Lucchesi
CNR-Istituto CNUCE
Via S. Maria, 36
56100 Pisa
Tel. (050) 45245
Telex 500371

L. Anselmo e R. Mugellesi
CNR-Istituto CNUCE / Telespazio S.p.A.
Via S. Maria, 36
56100 Pisa
Tel. (050) 45245
Telex 500371

INDICE

1. INTRODUZIONE	pag. 1
2. PROFILO DELLA MISSIONE	pag. 3
3. PROCEDIMENTO MATEMATICO ADOTTATO	pag. 7
4. ANALISI DETERMINISTICA E STATISTICA DELLE MANOVRE	pag. 13
5. CONCLUSIONI	pag. 24
RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI	pag. 27

1. INTRODUZIONE

L'evoluzione dei sistemi di trasporto spaziali attualmente in atto (Space Shuttle) ha creato l'esigenza di sviluppare apparati propulsivi sicuri ed economici (stadi di perigeo) per trasferire satelliti da un'orbita di parcheggio bassa (LEO) ad orbite operative a quote ed inclinazioni svariate. La NASA ed il Dipartimento della Difesa americano hanno sviluppato propri stadi di perigeo (PAM-D, PAM-A e IUS) per coprire le esigenze attualmente soddisfatte dall'uso di vettori non riutilizzabili come il Delta, l'Atlas-Centaur ed il Titan-3.

L'Italia, dal canto suo, sta sviluppando un propulsore di dimensioni inferiori al PAM-D rivolto all'utenza dei carichi utili piccoli e medi (tra 600 e 900 Kg in orbita di trasferimento geostazionaria). Questo propulsore si chiama IRIS (Italian Research Interim Stage). Ne e' prevista l'utilizzazione sia in combinazione con lo Space Shuttle che come quarto stadio del vettore europeo Ariane. Al fine di ottenerne la certificazione di operativita' sono necessarie alcune prove di qualificazione. In tali occasioni e' possibile ottenere un passaggio gratuito a bordo di IRIS e pertanto la comunita' italiana di ricercatori nel campo della geodesia e della geodinamica spaziale ha proposto di utilizzare il primo volo sperimentale per lanciare una copia

del satellite geofisico LAGEOS, lanciato dalla NASA nel 1976 in un'orbita circolare a circa 5900 km di altezza con una inclinazione di 110 gradi.

Diverse sono state le proposte relative all'orbita finale del LAGEOS-2. In considerazione degli svariati vincoli imposti tanto dall'hardware disponibile che dalle esigenze degli sperimentatori, e' stata presa in esame un'orbita operativa circolare alla quota di 6000 Km e con una inclinazione di 50 gradi.

Al CNUCE e' stata condotta un'indagine di fattibilita' intesa a definire la corretta impostazione delle manovre e la distribuzione di probabilita' degli elementi orbitali finali in funzione delle caratteristiche dei motori impiegati.

2. PROFILO DELLA MISSIONE

Secondo il profilo della missione attualmente considerato, il volo del LAGEOS-2 dovrebbe iniziare con un lancio STS da Cape Canaveral in un'orbita di parcheggio circolare alla quota di 296 Km e con una inclinazione rispetto al piano equatoriale di 28.5 gradi (Tab. 1). Dopo una fase di controllo della

CARATTERISTICHE DELL'ORBITA NOMINALE DI PARCHEGGIO			
Altezza (Km)			296.0
Inclinazione (gradi)			28.5
Incertezza orbitale (3σ)			
	IN-TRACK	CROSS-TRACK	RADIAL
Pos (m)	26 000	1 500	1 500
Vel (m/sec)	1.8	3.0	11.7

Tab. 1

integrita' e dell'efficienza del carico, il complesso IRIS-AKM-LAGEOS verra' espulso dallo Shuttle su un'orbita sostanzialmente identica a quella iniziale (Fig. 1). Raggiunta la distanza di sicurezza tra i due veicoli spaziali, il motore di IRIS verra' acceso, immettendo satellite e motore di apogeo (AKM) in un'orbita di trasferimento con apogeo

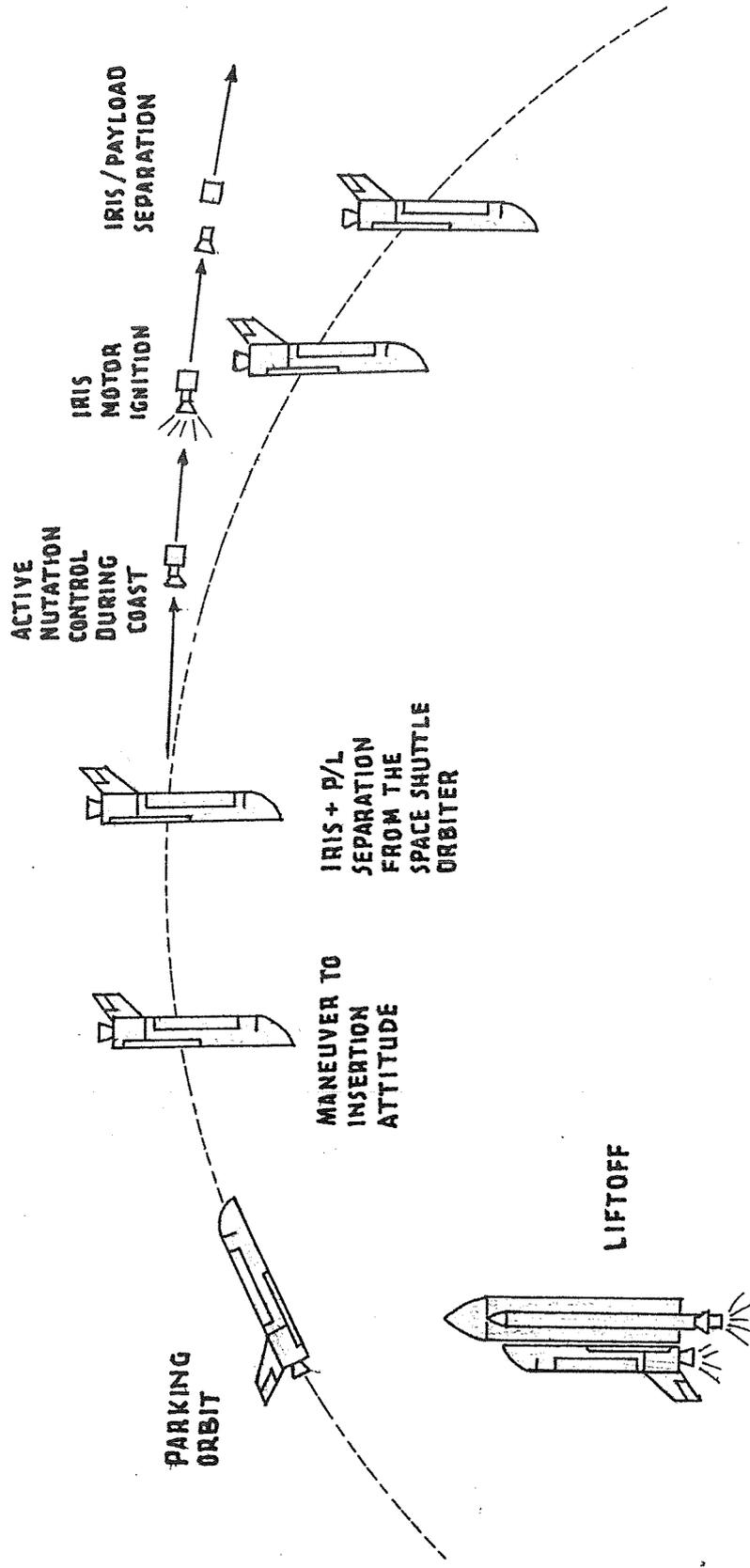


Fig. 1 - SEQUENCE OF PARKING-ORBIT ACTIVITIES

identico al semiasse maggiore dell'orbita finale; dopodichè lo sparo dell'AKM inserirà il satellite nell'orbita operativa (Fig. 2) caratterizzata dai seguenti parametri orbitali:

semiasse maggiore	=	12678.150 km
eccentricità	=	0.0
inclinazione	=	50.0 gradi

È importante notare che dal momento del rilascio l'assetto non può più essere cambiato, non essendone previsto il controllo.

Lo scopo della nostra analisi è quello di verificare la compatibilità tra l'hardware disponibile (sostanzialmente le prestazioni di IRIS e AKM) e i requisiti orbitali richiesti sia per quanto riguarda i valori nominali che la distribuzione di probabilità attorno agli stessi.

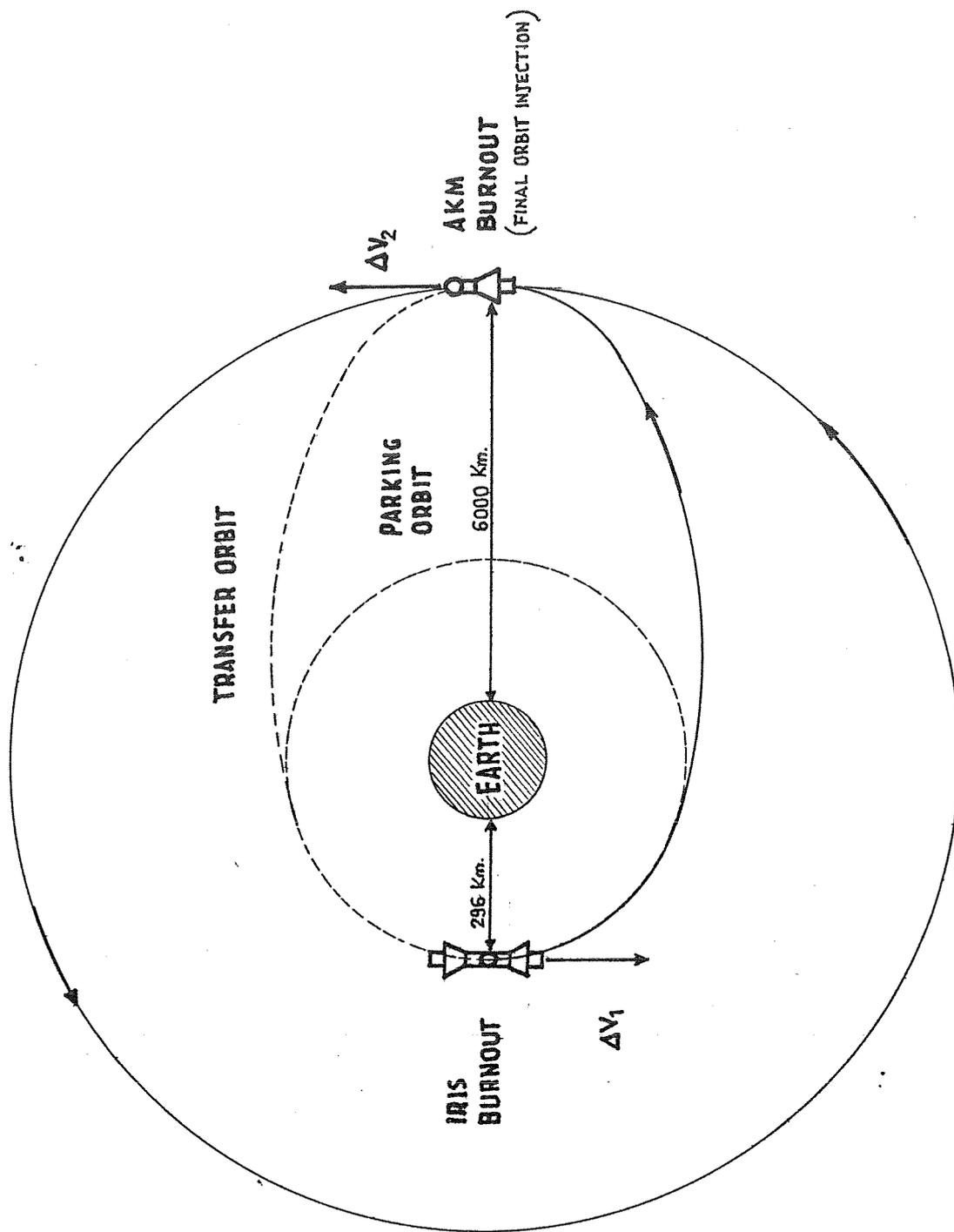


Fig.2 - MANEUVER SEQUENCE FOR FINAL ORBIT ACQUISITION

3. PROCEDIMENTO MATEMATICO ADOTTATO

Indicando con \vec{r} il vettore posizione e con $\dot{\vec{r}}$ il vettore velocità, siano $X = (\vec{r}(t), \dot{\vec{r}}(t)) = (x_j)$ e P il vettore di stato e la matrice di covarianza [3] di un veicolo spaziale relativi al tempo iniziale t . Per ottenere lo stato finale successivo ad una manovra dovremo in generale distinguere due fasi: quella di volo inerziale e quella di volo propulso.

Durante la fase di volo inerziale, il moto risulta governato dall'equazione (in cui si tiene conto del solo campo gravitazionale di monopolo):

$$\ddot{\vec{r}} = - \mu \frac{\vec{r}}{r^3}, \quad (3.1)$$

dove \vec{r} rappresenta il vettore posizione istantaneo e μ è il parametro gravitazionale del corpo centrale considerato (nel nostro caso la Terra). Integrando la (3.1) è possibile ottenere il vettore di stato $X' = (\vec{r}(t'), \dot{\vec{r}}(t')) = (x'_j)$ nell'istante t' in cui la fase di volo inerziale ha termine. La matrice di covarianza corrispondente P' sarà data da:

$$P' = \Phi' P \Phi'^T, \quad (3.2)$$

dove $\Phi' = (\partial x'_j / \partial x_j)$ è la matrice di navigazione.

Nel corso della fase di volo propulso, il moto risulta

invece descritto dalla relazione:

$$\ddot{\vec{r}} = -\mu \frac{\vec{r}}{r^3} + \frac{\vec{T}}{m} \quad (3.3)$$

dove m è la massa istantanea del veicolo spaziale. Il vettore di spinta \vec{T} , la cui direzione è identificata dai due angoli di pitch e di yaw (Fig. 3), è definito nel modo seguente:

$$\vec{T} = \begin{bmatrix} \dot{\vec{r}} \\ \frac{(\vec{r} \times \dot{\vec{r}}) \times \dot{\vec{r}}}{\|(\vec{r} \times \dot{\vec{r}}) \times \dot{\vec{r}}\|} \\ \frac{\vec{r} \times \dot{\vec{r}}}{\|\vec{r} \times \dot{\vec{r}}\|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \cos \psi \cos \alpha \\ -T \cos \psi \cos \alpha \\ T \sin \psi \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Se $\|\vec{T}/m\| \ll \|\mu\vec{r}/r^3\|$, l'effetto della manovra sugli elementi orbitali potrebbe essere direttamente determinato tramite le equazioni planetarie di Lagrange nella formulazione datane da Gauss [1]. Nel nostro caso però tale condizione non è verificata. Inoltre la manovra non può essere considerata impulsiva, ma va tenuto conto della durata finita degli spari. Risulta pertanto necessario suddividere la durata dello sparo in N intervalli e per ognuno di questi integrare l'equazione (3.3), usando i risultati della n -esima integrazione come stato iniziale per la $n+1$ -esima. Indicando con ΔT la durata della manovra e con ΔM la variazione totale di massa nel corso della stessa, si può scrivere:

$$\dot{\vec{r}}_{n+1} = \dot{\vec{r}}_n - \dot{\vec{r}}_n \frac{\mu \Delta t}{r_n^3} + \frac{\vec{T} \Delta t}{\Delta m} \ln \left(\frac{m_n + \Delta m}{m_n} \right) \quad (3.5)$$

$$\vec{r}_{n+1} = \vec{r}_n + \dot{\vec{r}}_n \Delta t - \dot{\vec{r}}_n \frac{\mu \Delta t^2}{2r_n^3} + \vec{T} \frac{\Delta t^2}{\Delta m} \left[\frac{m_n + \Delta m}{\Delta m} \ln \left(\frac{m_n + \Delta m}{m_n} \right) - 1 \right]$$

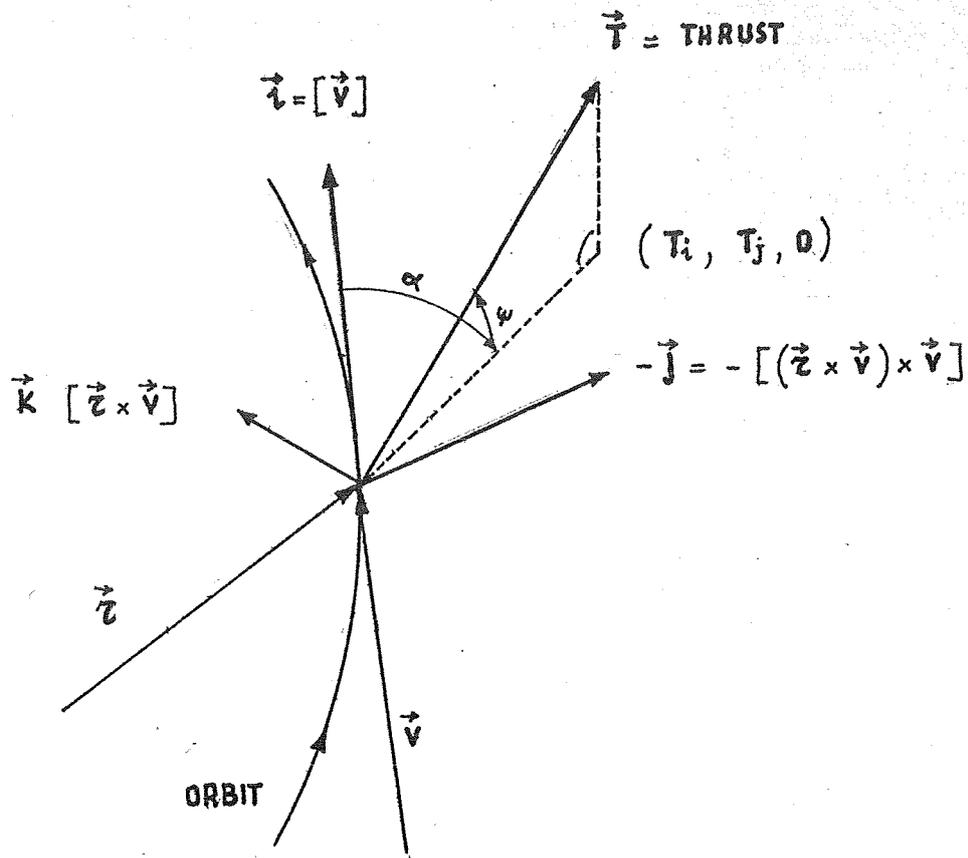


Fig. 3 - PITCH AND YAW ANGLES

The Pitch angle, α , is measured in the orbital plane from \hat{k} to the projection $(T_i, T_j, 0)$ of the THRUST vector \hat{T} . The YAW ANGLE, ψ , is measured from $(T_i, T_j, 0)$ to \hat{r} . \hat{r} and \hat{v} are, respectively, the actual position and velocity vectors.

dove si è posto $\Delta t = \Delta T/N$ e $\Delta m = \Delta M/N$.

Iterando la (3.5) N volte, si ottiene infine il vettore di stato finale post-manovra $X'' = (\vec{r}'', \dot{\vec{r}}'') = (x''_i)$. La matrice di covarianza P'' è data da:

$$P'' = \Phi'' P' \Phi''^T, \quad (3.6)$$

dove la matrice di transizione di stato Φ'' risulta calcolata come segue:

$$\Phi'' = \prod_{n=1}^N \Phi_n'' = \prod_{n=1}^N \left(\frac{\partial x''_{ni}}{\partial x''_{(n-1)j}} \right). \quad (3.7)$$

È evidente che tale formulazione consente di simulare una manovra reale con la precisione desiderata assumendo un N sufficientemente elevato.

Una analisi più realistica del problema richiede, comunque, l'inclusione nella matrice di covarianza finale degli errori intrinseci alla manovra.

Indicando con σ_T , σ_α , σ_ψ le deviazioni standard relative rispettivamente al modulo della spinta, all'angolo di pitch e all'angolo di yaw, si può costruire la seguente matrice di covarianza [2]:

$$B = \begin{bmatrix} \sigma_T^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\alpha^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\psi^2 \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

Definendo le matrici U_n , T_n e Q_n come segue:

$$U_n = T \begin{bmatrix} \cos \alpha_n \cos \psi_n & -\sin \alpha_n \cos \psi_n & -\cos \alpha_n \sin \psi_n \\ -\sin \alpha_n \cos \psi_n & -\cos \alpha_n \cos \psi_n & \sin \alpha_n \sin \psi_n \\ \sin \psi_n & 0 & \cos \psi_n \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

$$T_n = \left[\begin{array}{c} \frac{\dot{\vec{r}}_n}{\dot{r}_n}, \frac{(\vec{r}_n \times \dot{\vec{r}}_n) \times \dot{\vec{r}}_n}{\|(\vec{r}_n \times \dot{\vec{r}}_n) \times \dot{\vec{r}}_n\|}, \frac{\vec{r}_n \times \dot{\vec{r}}_n}{\|\vec{r}_n \times \dot{\vec{r}}_n\|} \end{array} \right], \quad (3.10)$$

$$Q_n = \left[\frac{\partial x_{ni}''}{\partial T_{(n-1)j}} \right], \quad (3.11)$$

dove $T_{n-1} = (T_{(n-1)j})$ e' il vettore di spinta prima dell' n -esimo intervallo, la matrice finale di covarianza \tilde{P}'' e' data dalla relazione [2]:

$$\tilde{P}'' = P'' + \Theta B \Theta^T, \quad (3.12)$$

in cui si e' posto

$$\Theta = \sum_{k=1}^{N-1} \prod_{n=k+1}^N \Phi''_n Q_k T_k U_k + Q_N T_N U_N \quad (3.13)$$

Per ottenere la distribuzione di probabilita' degli elementi orbitali definita dalla matrice di covarianza finale si puo' utilizzare il metodo Montecarlo. Dopo aver diagonalizzato la matrice di covarianza \tilde{P}'' ed avere determinato gli autovettori corrispondenti agli autovalori ottenuti, si genera un insieme casuale di vettori di stato distribuiti normalmente con media uguale al valore nominale e varianza σ_i^2 .

Tenendo conto della dipendenza funzionale reciproca,

possono essere ricavati gli elementi orbitali corrispondenti a ciascun vettore di stato generato [2]. La distribuzione così ottenuta, ammesso che il numero di vettori casuali sia sufficientemente elevato, si avvicinerà con notevole approssimazione alla reale distribuzione degli elementi orbitali.

4. ANALISI DETERMINISTICA E STATISTICA DELLE MANOVRE

Partendo dai valori assegnati della massa, della spinta e della quantita' di propellente tanto dell'IRIS quanto dell'AKM (Tab. 2), si e' cominciato con l'individuare l'angolo di yaw ψ_1

IRIS-AKM-LAGEOS 2			
CARATTERISTICHE NOMINALI			
MOTORE		IRIS	AKM
PESO INIZIALE (*)	(lb)	5120.8	1902.1
DURATA DELLO SPARO	(sec)	58.2	38.0
PESO DEL PROPELENTE	(lb)	2612.4	738.5
SPINTA MEDIA	(lb)	13089.6	5591.9
$3\sigma_T$ (s. dev. spinta)	(lb)	100.0	50.0
$3\sigma_\alpha$ (s. dev. pitch)	(gradi)	3.0	4.0
$3\sigma_\psi$ (s. dev. yaw)	(gradi)	3.0	4.0
(*) stadio propulsivo + carico utile			

Tab. 2

opportuno per effettuare con IRIS una manovra tale da centrare l'esatta orbita di trasferimento (Tab. 3). Per massimizzare l'efficienza dello sparo l'angolo di pitch e' stato mantenuto uguale a zero. Poiche' l'assetto non viene modificato tra la manovra di perigeo e quella di apogeo, l'angolo di yaw ψ_2 del secondo sparo risulta univocamente determinato dalla relazione:

$$\psi_2 = \Delta i - \psi_1, \quad (4.1)$$

dove Δi rappresenta la variazione di inclinazione tra l'orbita di parcheggio e quella di trasferimento. Il risultato dell'applicazione della seconda manovra puo' quindi essere confrontato con l'orbita finale desiderata; le differenze riscontrate forniscono delle indicazioni su come variare i parametri di sparo modificabili al fine di ottenere l'orbita bersaglio (Tab. 4).

Cio' che puo' essere cambiato e' la riserva di propellente tanto dell'IRIS che dell'AKM, nonche' la massa dell'eventuale zavorra. Dimensionando opportunamente i parametri corrispondenti, in modo che siano fra di essi compatibili e che non violino i vincoli costruttivi, e' stato possibile definire una sequenza di manovre in grado di raggiungere le specifiche nominali (Tab. 5).

Dalle Figg. 4, 5 e 6 si puo' dedurre il valore piu' probabile degli elementi orbitali ottenuti con la sequenza di manovre indicata nella Tab. 5. Le Figg. 7, 8 e 9 consentono di calcolare, per ogni intervallo di valori degli elementi orbitali, la relativa probabilita'.

CASO		1	2	3	

PESO INIZIALE	(lb)	5120.8	5120.8	5120.8	
PESO PROPELLENTE	(lb)	2612.4	2612.4	2612.4	
ANGOLO DI YAW	(gradi)	0.0	0.0	0.0	
ANGOLO DI PITCH	(gradi)	45.0	55.0	51.64	

SEMIASSE MAGG.	(Km)	10451.5	9103.4	9526.1	
ECCENTRICITA'		0.361	0.267	0.299	
INCLINAZIONE	(gradi)	39.256	40.931	40.407	

Tab. 3 - Influenza dell'angolo di pitch sugli elementi orbitali post-manovra. Il semiasse maggiore desiderato dopo lo sparo di IRIS e' di circa 9526 Km. Nella parte superiore della tabella compaiono i valori di input, mentre nella parte inferiore sono presentati i risultati corrispondenti.

PESO INIZIALE	(lb)	1902.1	1902.1	1902.1
PESO PROPELLENTE	(lb)	738.5	627.7	635.1
ANGOLO DI YAW	(gradi)	0.0	0.0	0.0
ANGOLO DI PITCH	(gradi)	-39.73	-39.73	-39.73
SEMIASSE MAGG.	(Km)	13390.2	12343.0	12403.5
ECCENTRICITA'		0.0757	0.0040	0.0035
INCLINAZIONE	(gradi)	49.07	47.73	47.81

Tab. 4 - Influenza del caricamento dell'AKM sull'orbita operativa. In tutti i casi consideriamo una manovra all'apogeo dell'orbita ottenuta nel caso 3 di Tab. 3. Il semiasse maggiore desiderato e' pari a circa 12378 Km, ma tutte le inclinazioni ottenute sono troppo inferiori a 50 gradi.

MOTORE		IRIS	AKM

PESO INIZIALE	(lb)	5120.8	1754.4
PESO PROPELENTE	(lb)	2760.1	590.8
ANGOLO DI YAW	(gradi)	0.0	0.0
ANGOLO DI PITCH	(gradi)	54.0	-40.68

SEMIASSE MAGG.	(Km)	9483.1	12348.8
ECCENTRICITA'		0.296	0.00543
INCLINAZIONE	(gradi)	41.82	49.43

Tab. 5 - Possibile configurazione in grado di acquisire gli elementi orbitali desiderati. Nella parte superiore sono elencati i valori di ingresso, in quella inferiore i risultati.

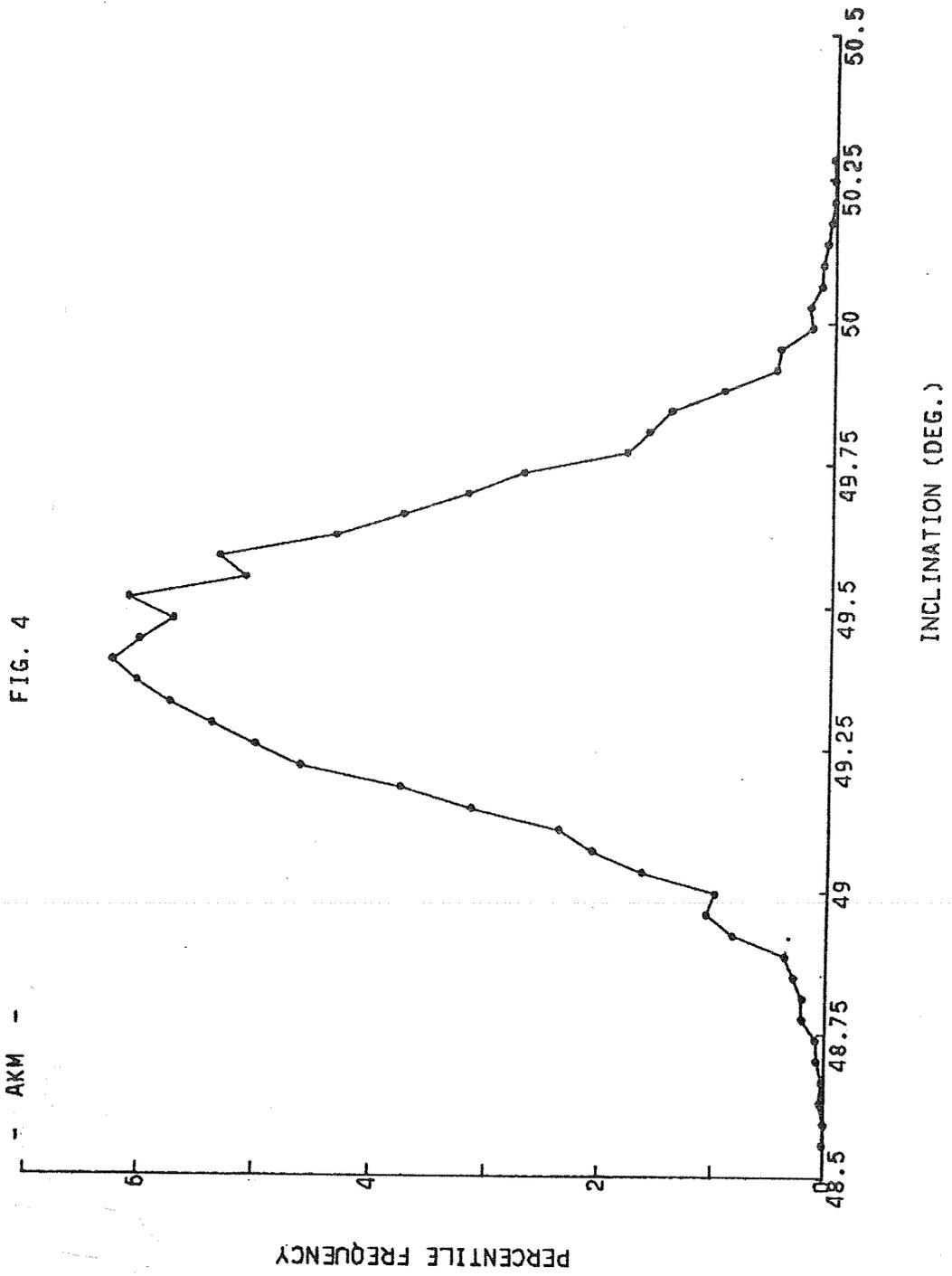


FIG. 5

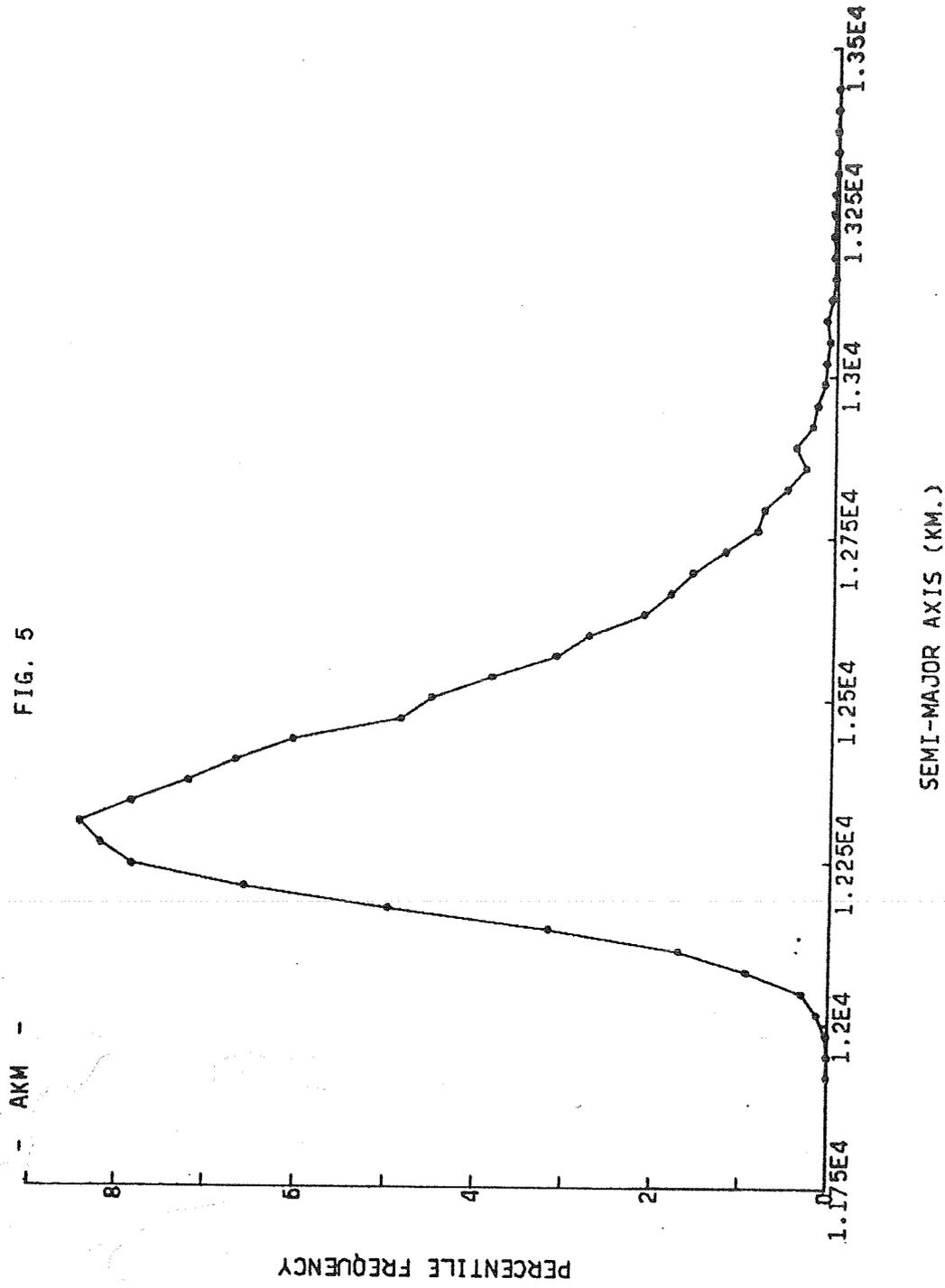


FIG. 6

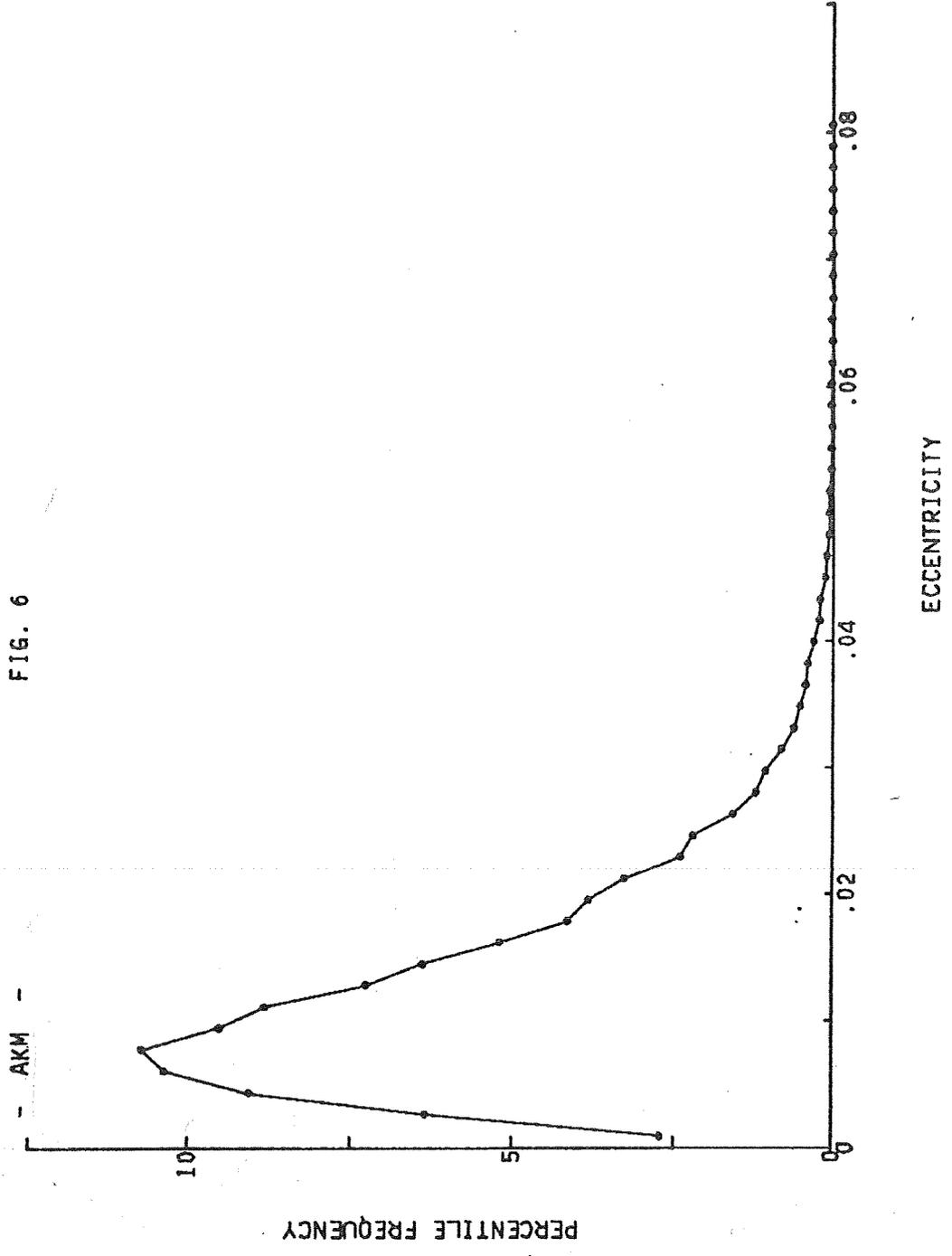


FIG. 7

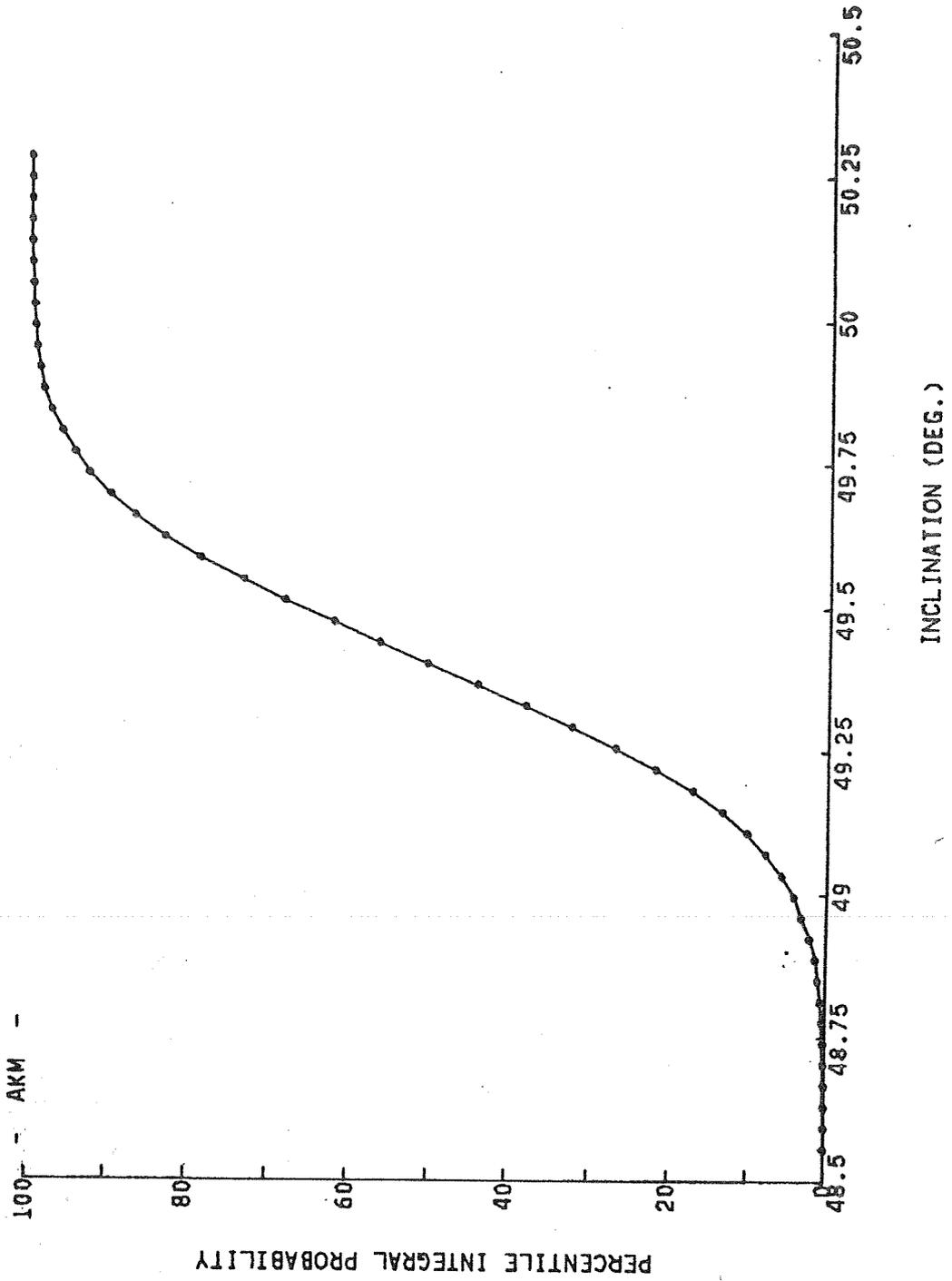
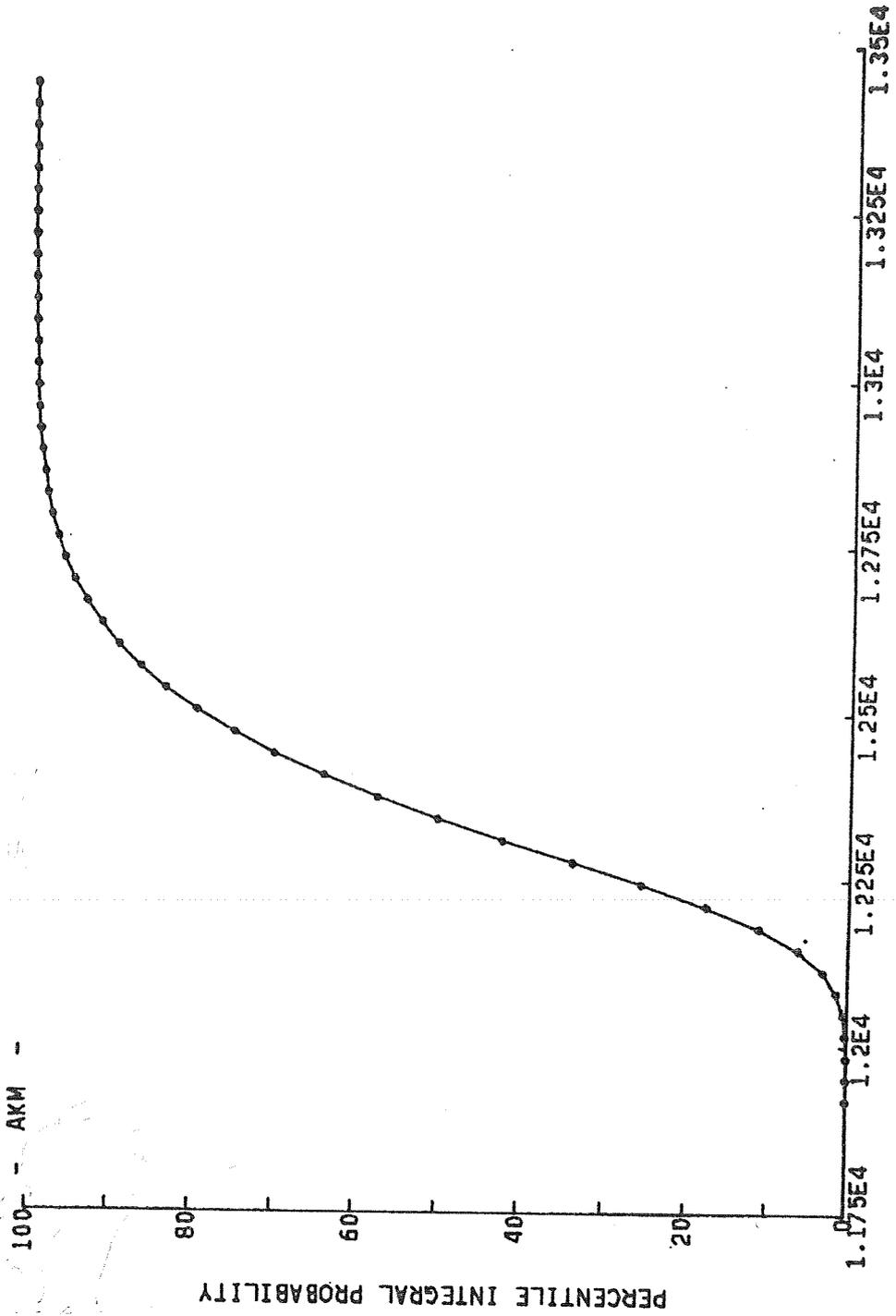
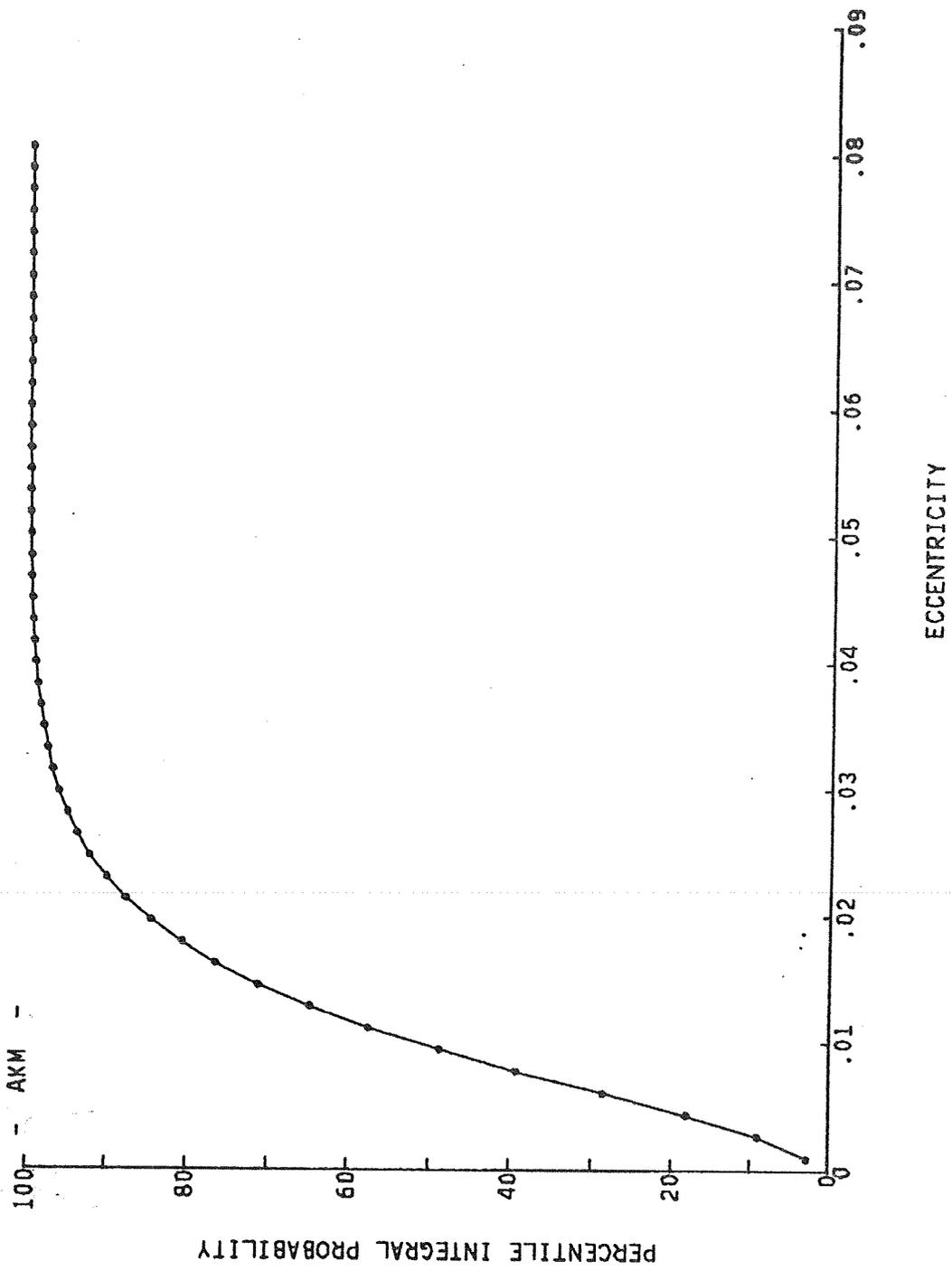


FIG. 8



SEMI-MAJOR AXIS (KM.)

FIG. 9



5. CONCLUSIONI

L'analisi da noi svolta ha mostrato che il calcolo delle manovre così come delineato nel paragrafo 3. è di fondamentale importanza quando si voglia definire in dettaglio la missione considerando il fatto che l'ipotesi di manovre impulsive, nel caso di Δv così cospicui, può condurre ad errori considerevoli (Tab. 6).

D'altro canto l'ipotesi di un moto rigorosamente Kepleriano durante le fasi di volo inerziale non introduce errori gravi finché la durata dei tempi di volo inerziale è contenuta. Nel caso di fasi prolungate di volo non propulso il degrado nei risultati ottenuti, introdotto da perturbazioni quali il J_2 ed il drag atmosferico, può divenire significativo, per cui si rende necessaria l'utilizzazione di propagatori più raffinati come ad esempio il GTDS (Goddard Trajectory Determination System).

Per quanto riguarda infine la sensibilità della distribuzione degli elementi orbitali finali alle diverse sorgenti di errore, è risultato, dall'analisi statistica, che le incertezze nell'assetto di sparo sono quelle che più criticamente influenzano le deviazioni standard di eccentricità e semiasse maggiore (Tab. 7).

NUMERO DI INTERVALLI IN CUI E' SUDDIVISO LO SPARO	SEMIASSE MAGGIORE (km)	ECC.	INC. (gradi)
1	11175.7	0.403	38.57
10	9697.7	0.316	40.21
100	9541.7	0.300	40.39
1000	9526.1	0.299	40.41
10000	9524.6	0.299	40.41

Tab. 6 - Variazione degli elementi orbitali indicati in funzione del numero di intervalli in cui viene suddiviso lo sparo. L'esempio in esame si riferisce ad uno sparo di IRIS con i parametri del caso 3 di Tab. 3. Nel corso della nostra analisi si e' usata una suddivisione in 1000 intervalli.

σ_{x_i} (Km)	8.7	0.0	8.7	8.7	
$\sigma_{\dot{x}_i}$ (Km/sec)	0.0006	0.0	0.0006	0.0006	
σ_T (Kg)	7.6	7.6	0.0	7.6	
σ_ψ (gradi)	1.0	1.0	1.0	0.0	
σ_α (gradi)	1.0	1.0	1.0	0.0	

σ_a (Km)	119.0	114.0	117.0	39.7	
σ_e	0.00848	0.00839	0.00837	0.00211	
σ_i (gradi)	0.148	0.149	0.144	0.04	
-----*					

Tab. 7 - Sensibilita' delle deviazioni standard degli elementi orbitali dagli errori nell'orbita iniziale e nei parametri di sparo. I valori in ingresso rappresentano le deviazioni standard, rispettivamente, nella componente in-track della posizione e della velocita', nella spinta del motore, negli angoli di yaw e di pitch. In uscita (parte inferiore della tabella) figurano le deviazioni standard risultanti per il semiasse maggiore, per l'eccentricita' e per l'inclinazione. L'esempio si riferisce ad una manovra con IRIS.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] ROY A. E., " Orbital motion ", Adam Hilger Ltd, Bristol,
1978
- [2] MUHONEN D. P., " TBERR: Two-body error analysis program ",
GSFC, Internal Report X-551-71-238, maggio 1971
- [3] HOGG R. V. e CRAIG A. T., " Introduction to mathematical
statistics ", The Macmillan Company, Collier-Macmillan
Publishers, London, 1970