

RICERCA & SOCIETA'

ISTITUTI / TECNOLOGIE INFORMATICHE

Leonello Tarabella

l.tarabella@cnuce.cnr.it

Ricercatore c/o l'Istituto
di Scienze e Tecnologie
dell'Informazione,
Computer ART project,
Area della Ricerca del
CNR di Pisa

Una Stella nel Battistero di Pisa

Abstract.

A computer analysis on the reverberation characteristics of Pisa Baptistery and the studies about the symmetries of the Monuments of the whole Piazza dei Miracoli in Pisa by the american mathematician David Speiser, led to the discovery of a suggestive reference frame used for designing and building the Baptistery: everthing here is based on the golden number, the regular pentagon and, finally, a star.

Introduzione.

E' noto che il Battistero di Pisa presenta un'acustica d'ambiente con echi e riverberi molto particolari; questo comportamento acustico, assieme alla geometria interna ed esterna - così piene di suggestioni astronomiche, temporali e spirituali - suggerisce la possibilità di composizioni musicali ad hoc da preparare con sistemi elettronici computerizzati. La Piazza dei Miracoli, oltre ad essere capolavoro di arte romanica e grande opera di pietà e devozione religiosa, fu anche strumento di misura del tempo all'interno dell'anno solare e perciò calendario astronomico di effettivo uso pratico atto a regolare la vita dell'uomo delle epoche passate come Mons. Prof. Silvano Burgalassi, già Ordinario di Sociologia dell'Università di Pisa e Canonico del Duomo di Pisa, ha più volte ricordato anche nei suoi volumi "Il computo del Tempo" e "Alle radici del Futuro".

Dopo una prima fase di studio sperimentale e di simulazione delle risposte del monumento a sollecitazioni elettroacustiche, il progetto "Ventitré gradi e mezzo" presentato dallo scrivente, prevede la realizzazione di un'opera di musica elettronica ("Pisa Baptistery is giant musical instrument" - www.nexusjournal.com/Guardian.html) che ne esalti le caratteristiche acustiche, dove il monumento Battistero diventa lo "strumento musicale battistero".

Nel corso degli studi relativi alle caratteristiche acustiche del Battistero è emersa, dallo scritto del matematico Speiser relativo alla geometria di riferimento riscontrata, una particolarità mai prima rilevata da altri: la stella pentagona regolare come griglia di riferimento per la costruzione del monumento.

Premesse. Un testo di riferimento di fondamentale importanza durante tutta la ricerca sull'acustica del Battistero relativa al progetto "Ventitré gradi e mezzo" è stato *The Symmetries of the Battistero and the Torre Pendente* (Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, 1994) dove David Speiser, matematico americano spesso ospite della Scuola pisana, innamoratosi dell'architettura della Piazza dei Miracoli, riporta i risultati di straordinarie considerazioni sulla geometria spaziale interna ed esterna dei monumenti della Piazza, con particolare riferimento proprio al Battistero.

Speiser ricorda i metodi di costruzione dei poligoni regolari conosciuti sin dai tempi dei Greci e cioè "con righello e compasso" e la relazione esistente tra la costruzione del pentagono, il "rapporto aureo" e la serie di Fibonacci.

Leonardo Fibonacci nasce nel 1170 ed è figlio di un esattore della florida Repubblica Marinara Pisana che ha modo accompagnando il padre nei suoi viaggi nel mondo arabo (più precisamente nell'odierna Algeria), di conoscere e comprendere la potenza della numerazione decimale in uso presso gli Arabi (in realtà proveniente dall'India) e nel 1202 scrive il "Liber Abaci" dove illustra i meccanismi della numerazione posizionale a dieci cifre e della possibilità di combinarle secondo le operazioni aritmetiche elementari a noi tutti oggi ben conosciute. Il Liber Abaci costituisce l'inizio del calcolo aritmetico così come lo conosciamo oggi.

Tutto questo quando il Battistero e gli altri monumenti della Piazza sono stati interamente progettati ed in via di completamento; il che significa che tutta la Piazza e i monumenti della Piazza sono stati concepiti dagli architetti e costruiti dalle maestranze sulla base della GEOMETRIA e non della MATEMATICA, e cioè: progetto e costruzione sulla base del "rapporto e della proporzione" piuttosto che della "misura".

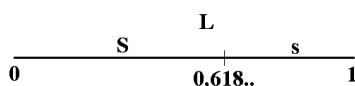
La figura ed il rapporto ricorrente nei monumenti della Piazza è la sezione aurea, il "numero aureo" o, come la chiamò più tardi il matematico del '500 Luca Pacioli, la "*Divina proportione*" perché presente in Natura in infinite manifestazioni nel mondo animale, nel mondo vegetale, nel microcosmo e nel macrocosmo: la progressione di crescita e disposizione di foglie, fiori e rami; la spirale delle conchiglie e nell'infiorescenza delle margherite e dei girasoli, le forma delle galassie etc.. Per questo nel corso della Storia dell'Arte il rapporto aureo è stato usato in innumerevoli occasioni.

La serie di Fibonacci (0 1 1 2 3 5 8 13 21 34 ...) dove ogni numero è dato dalla somma dei due precedenti, ha innumerevoli proprietà (troppo lunga la lista) ma per quello che ci riguarda basta qui ricordare che il rapporto tra un numero della serie ed il successivo porta al **numero aureo = 0,618.....** ed essendo Fibonacci posteriore al progetto della Piazza, così piena di rapporti aurei, è plausibile pensare che egli sia stato influenzato dalla geometria per iniziare considerazioni matematiche.

La scoperta. Speiser fa straordinarie considerazioni sull'uso del modulo 12 (12-fold) e del modulo 5 (5-fold) nelle strutture e negli elementi decorativi relativi al Battistero di Pisa come risulta dal progetto originario di Diotalvi e dalle successive trasformazioni e si ferma ad un passo dalla soluzione di quello che egli stesso definisce un "indovinello": in pratica fa notare come i 20 archi del basamento, 5 per ciascuno dei 4 spicchi di 90° da porta a porta, si raccordano con i 12 spicchi della cupola, proseguimento naturale delle 12 colonne interne, attraverso 60=12x5 colonnine della parte centrale. Ma non si accorge come il rapporto aureo strettamente legato alla figura del pentagono ed alla stella regolare a cinque punte costituisca l'anello mancante e la soluzione a questo indovinello che risolve in maniera unitaria l'architettura esterna ed interna del Battistero.

Da qui sono dunque nate le considerazioni originali che seguono.

Si sa che la sezione aurea di un segmento di lunghezza L è data dal punto che separa in due il segmento in modo tale che i due segmenti S ed s siano in relazione $S:L = s:S$



Ne deriva un'equazione di secondo grado $(x^2 + x - 1 = 0)$ una soluzione delle quali è

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0.618.....$$

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0.618.....$$

e cioè il **numero aureo** (in realtà anche la seconda soluzione, -
esprime il numero aureo)

1.618...,

Questo punto lo si può trovare senza ricorrere alla moderna notazione matematica e cioè geometricamente

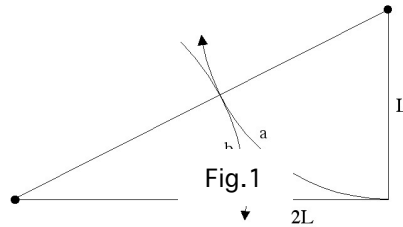


Fig.1

“con righello e compasso” come si è fatto sin dall’antichità: si prende un triangolo rettangolo con i cateti l’uno il doppio dell’altro (L e 2L) - si riporta la lunghezza del cateto minore sull’ipotenusa (arco a) che, per il teorema di Pitagora, misura “radice di 5”; - quello che resta dopo aver sottratto L (e cioè 1) lo si riporta (arco b) sul cateto maggiore. Ne consegue che la figura è la rappresentazione geometrica della formula, e viceversa.

Allora (Fig. 2), preso un segmento AB diviso alla sezione aurea G, prolungato dal punto B con un segmento di lunghezza BC=AG, fatto centro in A ed in C con le misure del segmento originario AB=GC, si costruisce la Stella ed il Pentagono regolare, tracciando in sequenza gli archi 1 e 2 e i segmenti 3,4,5,6.

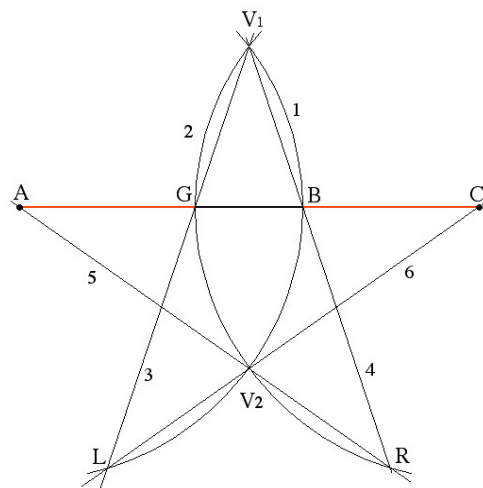


Fig.2

Vediamo dunque come Diotallevi abbia verosimilmente utilizzato la Stella ed il pentagono regolare che deriva dal rapporto aureo come griglia di riferimento per progettare il Battistero di Pisa.

Sulla Stella di Fig. 3 si collegano i punti L ed R delle punte in basso; si alzano i punti L ed R fino ad incontrare i lati obliqui della stella nei punti Lh ed Rh e si congiungono questi punti; si traccia un segmento parallelo a LR all’altezza del vertice inferiore del pentagono interno alla Stella; si traccia infine il cerchio concentrico alla stella e tangente al segmento LR, cerchio che taglia le punte della stella ed in particolare quella rivolta verso l’alto.

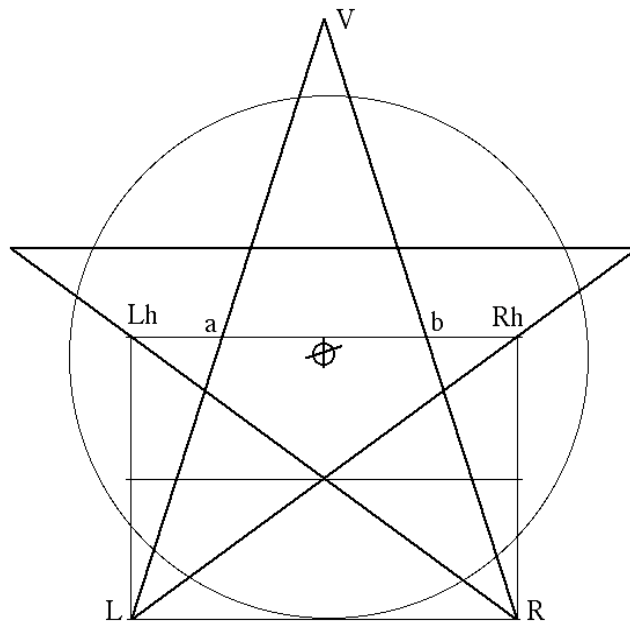


Fig.3

Fig.3

Quanto costruito è la griglia di riferimento della sezione verticale del Battistero (con o senza l'attuale cupola semisferica costruita in epoca successiva).

Misure accurate eseguite con dispositivi a raggio laser e i rilievi architettonici eseguiti dall'Opera della Primaziale confermano che la stella-pentagono costruita sulla sezione aurea è la figura geometrica di riferimento adottata per la costruzione del Battistero; in particolare si riscontra che l'angolo formato dalla cupola dodecaedra interna è di 72 gradi e quello della punta in alto di 36 gradi.

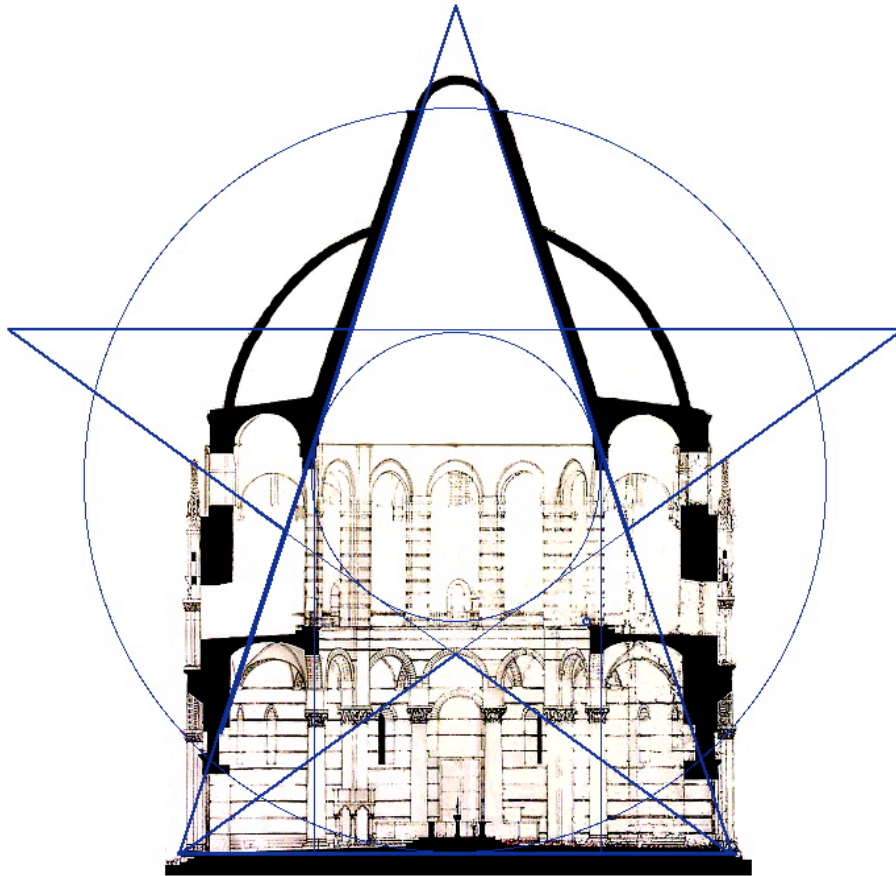


Fig.4

La figura 4 mostra la perfetta coincidenza della griglia di fig.3 con lo spaccato del Battistero; si noti che la cupola interna a forma di tronco di piramide dodecaedra (quasi un cono), altro non è che quanto rimane del “cono” che parte dalla circonferenza di base del Battistero; il punto di raccordo tra il “cilindro” dal colonnato interno (inferiore e superiore) è nei punti **a** e **b** dati dall’incrocio del segmento Lh-Rh ed i lati del triangolo isoscele LVR (fig.3); ciò spiega tra l’altro quanto già noto relativamente al rapporto aureo tra diametro del colonnato e diametro del muro perimetrale del Battistero.

Il cerchio concentrico alla stella e tangente al segmento LR della figura 3 (e perciò tangente alla base del Battistero) taglia la punta in alto e dà la forma caratteristica del Battistero: fino a tutto il 1300 il Battistero era aperto in alto (diametro di circa 7 metri) per raccogliere l’acqua piovana nel fonte battesimale.

Le figure 5 e 6 mostrano la ricostruzione al computer del Battistero come gli esperti suppongono apparisse fino alla fine del 1300 e cioè come dal disegno originale di Diotisalvi. La stella come griglia di riferimento è qui ancora più evidente: si noti in particolare (fig.5) come l’altezza del “cilindro” coincida con l’incontro dei lati obliqui della stella da cui risulta che il raggio e l’altezza del cilindro sono in rapporto aureo.

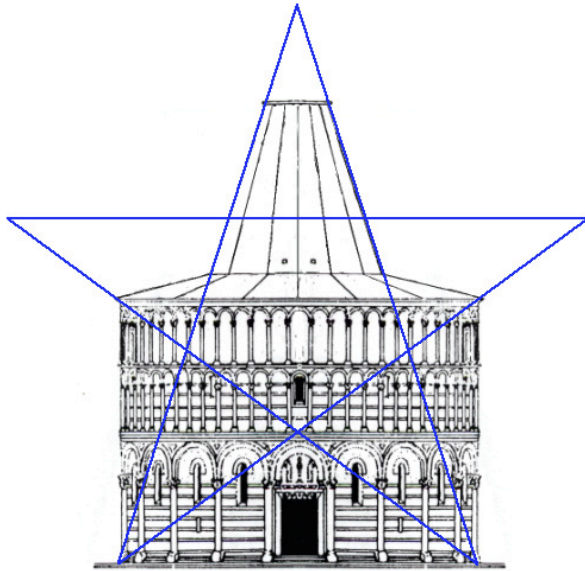


Fig.5

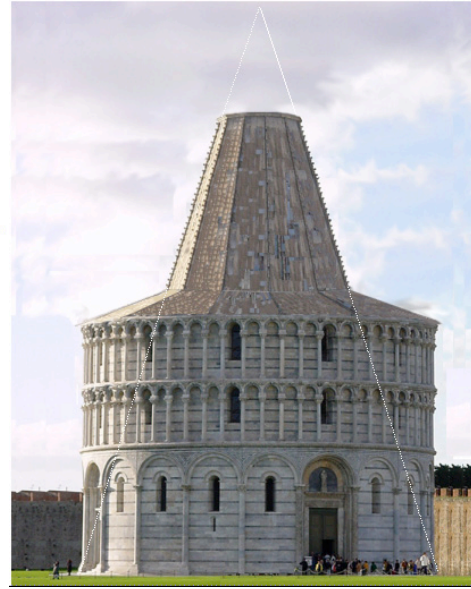


Fig.5

Fig.6

La fig.7 mostra la geometria spaziale utilizzata: un cono ed un cilindro con la stessa base, e cioè un cono inserito in un cilindro.

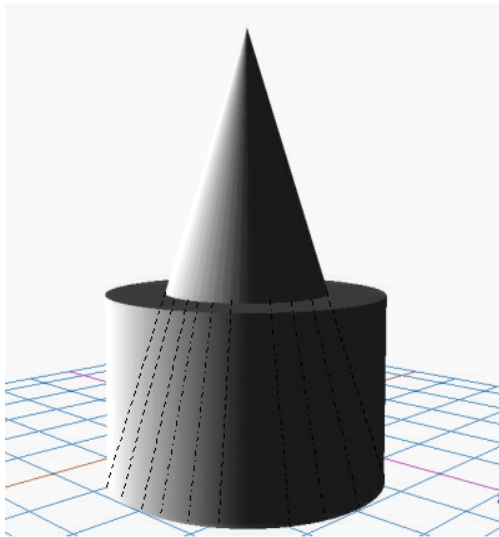


Fig.7

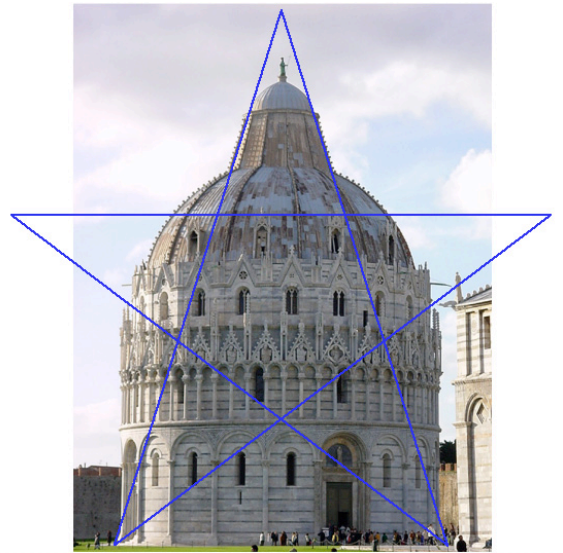


Fig.6

Fig.8

Conclusione. Qualche tempo prima, nei primi anni del 1100, Diotisalvi aveva costruito a Pisa la Chiesa del Santo Sepolcro, la “Chiesina ottagonale” sul Lungarno Galilei. Dedicata ai Templari del Santo Sepolcro, la figura dell’ottagono è stata scelta proprio perché simbolo templare. Diotisalvi aveva usato anche qui la stessa geometria

spaziale del Battistero: in questo caso la figura conica è una piramide ottagonale ed il “corpo cilindrico” è un parallelepipedo ottagonale. Il gioco dei solidi è lo stesso, quello che cambia è il numero di lati.....ma questa è un'altra storia.

La scoperta della Stella nel Battistero è stata da me raccontata per la prima volta con dovizia di particolari e riferimenti relativi anche ad altri monumenti pisani, durante il convegno “Alle origini del disegno progettuale della Piazza del Duomo di Pisa“ organizzato da Mons.Silvano Burgalassi e tenutosi il 2 dicembre 2000 presso la Sala Toniolo dell'Opera della Primaziale di Pisa.

In quel momento era imminente l'edizione di una monografia sul Battistero, frutto di un lungo ed accurato lavoro di ricerca storico/architettonico del Prof.Pierotti e della D.ssa Benassi del Corso di Laurea di Storia dell'Arte dell'Università di Pisa. Da esperti, essi hanno ritenuto la mia “osservazione” molto interessante, al punto di volerla inserire con scritti e diagrammi nel loro volume “*Deotesalvi, l'Architetto pisano del secolo d'oro*”, pubblicato dall'Editore Pacini nel 2001 .